

# Índices de capacidade de relações funcionais lineares e não-lineares

**EDIVALDO ANTONIO BULBA**

Depto Eng. de Produção – USP  
 Coordenador de Metrologia Industrial na Faculdade de Engenharia Industrial  
 E-mail: edivaldo.bulba@poli.usp.br

**LINDA LEE HO**

Depto. Eng. de Produção – USP  
 E-mail: lindalee@usp.br

## Resumo

São apresentados métodos para determinação dos índices de capacidade tais como  $C_p$  e  $C_{pk}$  aplicados no "design for six sigma" (DFSS) quando a característica de qualidade é não-observável e dada por  $Y = f(X_1, X_2, X_3, \dots, X_k)$ , onde  $X_i$  são variáveis aleatórias com média e variância respectivamente iguais a  $\mu_{X_i}$  e  $\sigma_{X_i}^2$ ;  $f$  é uma função conhecida. A determinação é baseada na série de Taylor e o procedimento será ilustrado com exemplos práticos.

## Palavras-chave

Índice de capacidade de uma relação funcional, propagação dos erros, série de Taylor.

## Capability index for linear and non-linear functions

### Abstract

Here we present methods to determine capability indices such as  $C_p$  and  $C_{pk}$  to be applied in "design for six sigma" (DFSS) when the quality characteristic of interest  $Y$  is unobservable but given by  $Y = f(X_1, X_2, X_3, \dots, X_k)$ , where  $X_i$ 's are random variables with means and variance respectively equal to  $\mu_{X_i}$  and  $\sigma_{X_i}^2$ ;  $f$  is a known function. The determination is based on Taylor series and we illustrate the procedure with practical examples.

### Key words

Capability index of a function, error propagation, Taylor series.

## INTRODUÇÃO

Os Índices de capacidade foram introduzidos na década de 70 desde que Juran (1974) apresentou o pioneiro índice de capacidade  $C_p$ . A suposição usual é que a característica de interesse seja observável com distribuição normal. Neste trabalho serão apresentados métodos baseados nas séries de Taylor para determinação dos índices de capacidade quando a característica de qualidade de interesse  $Y$  não é observável mas dada por  $Y = f(X_1, X_2, X_3, \dots, X_k)$ , onde  $f$  é uma relação funcional de um certo número de variáveis de entrada independentes  $Y = f(X_1, X_2, X_3, \dots, X_k)$ , sendo  $X_i$  variável aleatória com  $E(X_i) = \mu_{xi}$  e  $Var(X_i) = \sigma_{xi}^2$ . Neste trabalho os índices de capacidade obtidos de uma relação funcional são empregados na fase de projeto, o que contribui para sistematizar e integrar as atividades de projeto e processo, garantindo a qualidade desde o projeto por estabelecer tolerâncias corretas (BULBA, 2003; BULBA; HO, 2002). Primeiramente encontram-se os pressupostos e as notações; a seguir faz-se uma breve revisão destes índices; e apresentam-se alguns exemplos numéricos. Finalmente as conclusões são apresentadas.

## NOTAÇÕES E HIPÓTESES

Para obter índices de capacidade de uma característica de qualidade não-observável, mas obtida por intermédio de uma relação funcional, foram consideradas as seguintes condições:

- as distribuições de probabilidade das variáveis de entrada e de saída são normais ou aproximadamente normais;
- conhece-se a relação funcional entre as variáveis de entrada e a variável de resposta (modelo univariado);
- em modelos não-lineares, as tolerâncias e variâncias das variáveis de entrada têm valores que propiciam uma linearização localizada, com erros desprezíveis;
- abordar-se-á a condição “nominal é melhor”, quando a variabilidade e a tolerância são distribuídas simetricamente em torno do valor nominal.

As notações adotadas neste trabalho são:

$Cp_Y \rightarrow$  índice de capacidade  $Cp$  para a variável de saída não-observável  $Y$ .

$Cpk_Y \rightarrow$  índice de capacidade  $Cpk$  para a variável de saída não-observável  $Y$ .

$\mu_Y, \sigma_Y \rightarrow$  média e desvio-padrão da variável de saída não-observável  $Y$ .

$T_Y \rightarrow$  tolerância determinística de  $Y$ .

$\mu_{xi}, \sigma_{xi} \rightarrow$  média e desvio-padrão da variável de entrada  $X_i$ .

$m_{xi} \rightarrow$  valor nominal da variável de entrada  $X_i$ .

$T_{xi} \rightarrow$  tolerância determinística de  $X_i$ .

## ÍNDICES DE CAPACIDADE DE UMA RELAÇÃO FUNCIONAL $Cp_Y$ E $Cpk_Y$

O índice de capacidade “ $Cp$ ” foi definido por Juran (1974) como:  $Cp = \frac{T}{6\sigma}$  onde  $T$  é a tolerância de projeto e  $6\sigma$  é a tolerância natural do processo (BANKS, 1989; BURR, 1976). No caso de várias variáveis de entrada,  $X_i, i = 1, 2, 3, \dots, k$ , que definem um modelo matemático  $f_Y = f(X_1, X_2, X_3, \dots, X_k)$ , onde  $E(X_i) = \mu_{xi}$  e  $Var(X_i) = \sigma_{xi}^2, i = 1, \dots, k$ , o índice de capacidade  $Cp$  da variável  $Y$  é dado pela relação:

$$Cp_Y = \frac{T_Y}{6\sigma_Y} \quad (1)$$

onde

$$T_Y \cong \sum_{i=1}^k \left| \frac{\partial f}{\partial X_i} \right|_{\mathbf{x}=\boldsymbol{\mu}} T_{xi} \quad (2)$$

expressa a tolerância acumulada de projeto na variável de resposta  $Y$  com  $\mathbf{X}=(X_1, \dots, X_k)$  e  $\boldsymbol{\mu}=(\mu_{x1}, \dots, \mu_{xk})$ . Observe-se que esta tolerância acumulada é determinística e é obtida pela somatória das contribuições das tolerâncias das variáveis de entrada  $T_{xi}$  em  $T_Y$ . Cada contribuição é proporcional à tolerância  $T_{xi}$  e sua derivada parcial em valor absoluto (CREVELING, 1997). Esta somatória corresponde a uma combinação linearizada por meio da aproximação pela primeira ordem na série de Taylor. Por sua vez,  $6\sigma_Y$  é a tolerância natural de processo, sendo que  $\sigma_Y$  é aproximado por:

$$\sigma_Y \cong \sqrt{\sum_{i=1}^k \left( \frac{\partial f}{\partial X_i} \right|_{\mathbf{x}=\boldsymbol{\mu}})^2 \sigma_{xi}^2 + 2 \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{j=i+1}^k \frac{\partial f}{\partial X_i} \frac{\partial f}{\partial X_j} \sigma_{xi} \sigma_{xj} \rho_{xi, xj}} \quad (3)$$

onde  $\rho_{xi, xj}$  é o coeficiente de correlação entre  $X_i$  e  $X_j$ . Quando  $X_i$  e  $X_j$  são independentes, a segunda parcela dentro do radical da expressão (3) é omitida. É importante salientar que uma combinação linear de variáveis de entrada com distribuições normais, independentes **ou não** resulta em uma variável de resposta  $Y$  também com distribuição normal (DIETRICH, 1991). Assim, devido à normalidade da variável de resposta, os índices de capacidade de uma relação funcional podem ser definidos. Deve-se ressaltar que a expansão de Taylor até a primeira ordem somente pode ser aplicada quando os erros de segunda ordem forem desprezíveis; não obstante, Ullman (1997) destaca que esta condição é alcançada na

maioria dos casos práticos.

Na Figura 1 está uma representação gráfica e analítica do índice de capacidade  $C_p$  de uma variável  $Y$  obtido a partir de duas variáveis independentes.

As tolerâncias das variáveis de entrada  $T_{x_1}$  e  $T_{x_2}$  estão representadas respectivamente pelos segmentos  $BX_1CX_1$  e  $BX_2CX_2$ . A contribuição destas tolerâncias para a variável de resposta  $Y$  é obtida pela técnica de linearização e é dada aproximadamente, pelos segmentos:

$$AX_1BX_1 = \left. \frac{\partial f}{\partial X_1} \right|_{\mathbf{x}=\mu} T_{x_1} \text{ e } AX_2BX_2 = \left. \frac{\partial f}{\partial X_2} \right|_{\mathbf{x}=\mu} T_{x_2}.$$

A tolerância  $T_y$  está representada pelo segmento  $AYBY=AX_1BX_1+AX_2BX_2$  que corresponde a:

$$T_y = \left. \frac{\partial f}{\partial X_1} \right|_{\mathbf{x}=\mu} T_{x_1} + \left. \frac{\partial f}{\partial X_2} \right|_{\mathbf{x}=\mu} T_{x_2}.$$

Para ilustração, considerar-se-á, por simplicidade,  $CP_{x_1} = CP_{x_2} = 1$ , sem perda de generalidade. Segue que  $T_{x_1} \cong 6\sigma_{x_1}$  e  $T_{x_2} \cong 6\sigma_{x_2}$ . Desta forma, a tolerância natural na resposta será:

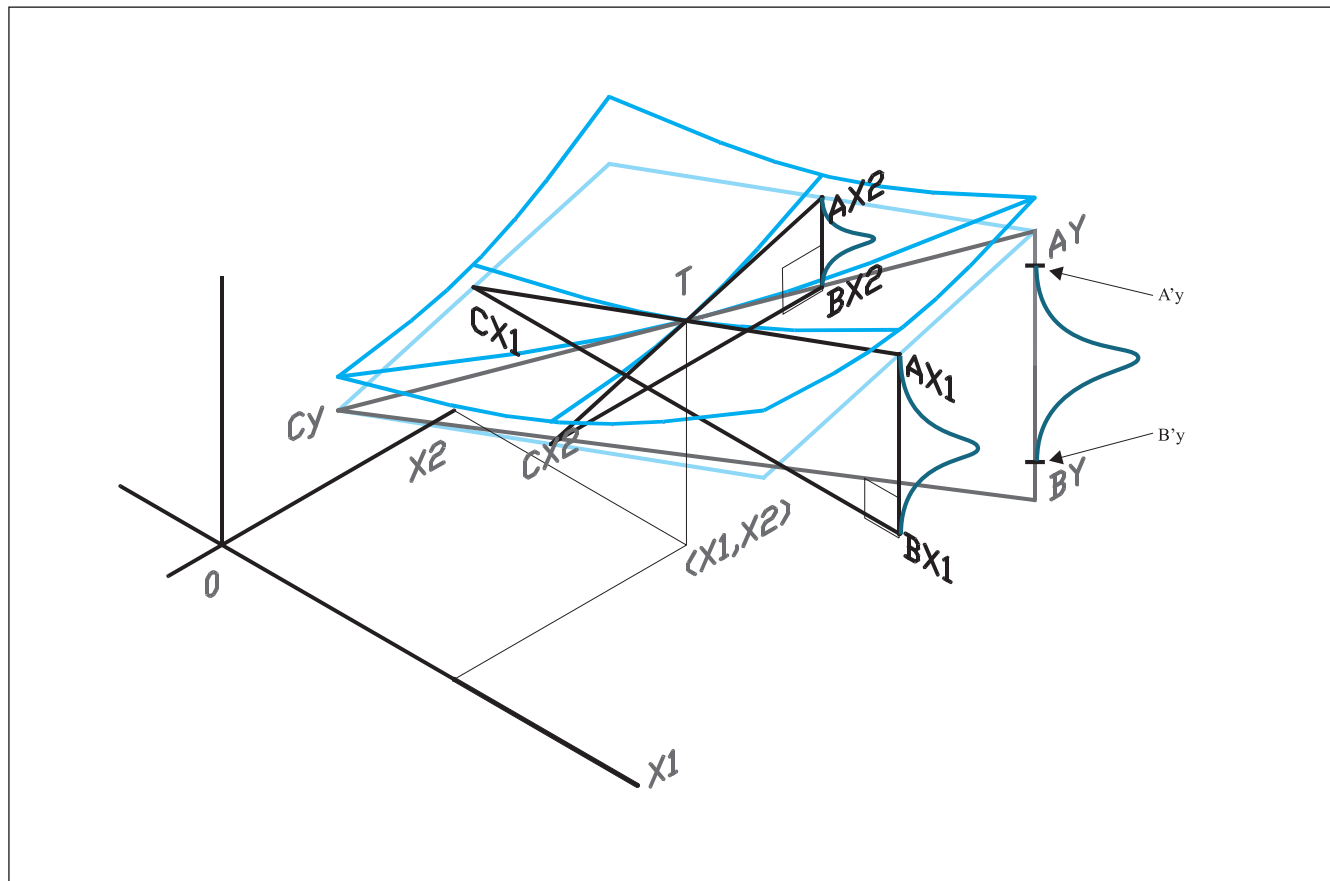
$$A'YB'Y = 6\sigma_y \cong \sqrt{\left( \left. \frac{\partial f}{\partial X_1} \right|_{\mathbf{x}=\mu} 6\sigma_{x_1} \right)^2 + \left( \left. \frac{\partial f}{\partial X_2} \right|_{\mathbf{x}=\mu} 6\sigma_{x_2} \right)^2}$$

e o índice de capacidade de  $Y$ :  $CP_y = \frac{T_y}{6\sigma_y} = \frac{AYBY}{A'YB'Y}$ . Note que  $AYBY > A'YB'Y$ , portanto, neste caso, é maior do que 1. Isto é devido à soma quadrática das tolerâncias naturais de entrada.

Similarmente, pode-se obter o índice de capacidade de uma relação funcional  $Cpk$  para a variável de resposta  $Y$  ( $Cpk_y$ ) que expressa concomitantemente erros de precisão ou aleatórios (variabilidade medida pelo desvio-padrão  $\sigma$ ) e erros de posicionamento ou sistemáticos (expressos pela média  $\mu$ ). Seja:

$$k = \frac{2|\mu - m|}{(LSE - LIE)} \tag{4}$$

Figura 1: Acúmulo de tolerâncias num modelo não-linear com duas variáveis de entrada.



onde  $m$  é o valor central de projeto,  $|\mu - m|$  corresponde ao erro sistemático absoluto,  $LIE$  e  $LSE$  são respectivamente os limites inferior e superior da especificação, a diferença ( $LSE - LIE$ ) corresponde à tolerância de projeto e o fator  $k$  expressa quanto o processo está descentralizado para determinado lado da especificação. Por exemplo,  $k = 0,25$  corresponde a uma descentralização de 25% para a direita ou para a esquerda. Segue que os índices se relacionam através de

$$Cp_k = Cp(1 - k) \quad (5)$$

Substituindo (4) em (5) a relação fica:

$$Cp_k = \min\left(\frac{\mu - LIE}{3\sigma}; \frac{LSE - \mu}{3\sigma}\right)$$

A importância de se prever erros sistemáticos envolvendo acúmulo de tolerâncias antes de ocorrer a manufatura (projeto dos processos) foi abordada por Evans (1975), que propõe um fator de segurança de 1,5 no desvio-padrão da variável de resposta; assim, segundo esta abordagem, obtemos um  $Cp_Y$  com margem de segurança substituindo o valor de  $Cpk_Y$ . Já outros autores, como Breyfogle (1999) e Harry (1987), estabelecem um erro sistemático e simétrico nas variáveis de entrada correspondente a  $\pm 1,5\sigma$  em torno da média como modo de se levarem em conta os erros sistemáticos nas circunstâncias envolvendo acúmulo de tolerâncias. Wilson (2000), entretanto, critica este procedimento, argumentando que o erro sistemático não pode ser fixado arbitrariamente em  $\pm 1,5\sigma$ . Portanto, um procedimento é apresentado no presente trabalho onde se pode estabelecer no projeto qualquer valor de erro sistemático simétrico para cada variável de entrada, o que conduzirá ao valor do erro sistemático na variável de resposta. Para obter o fator  $k$  da variável  $Y$  deve-se novamente aplicar a expansão da primeira ordem da série de Taylor junto aos erros sistemáticos estabelecidos para as variáveis de entrada. O erro sistemático simétrico confere um comportamento semelhante ao do acúmulo das tolerâncias. Devido a isto, as diferenciais parciais na expansão de Taylor devem aparecer em valor absoluto e os erros sistemáticos ou de posição de cada variável também. Assim:

$$Cpk_Y = Cp_Y(1 - k_Y),$$

onde  $Cp_Y$  é dado em (1);  $k_Y = \frac{|\mu_Y - m_Y|}{T_Y}$  e  $|\mu_Y - m_Y|$

corresponde ao erro sistemático da variável de resposta, expresso por:

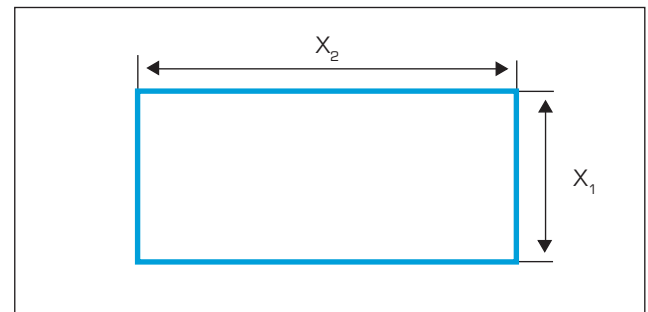
$$|\mu_Y - m_Y| = \sum_{i=1}^k |\mu_{X_i} - m_{X_i}| \left| \frac{\partial f}{\partial X_i} \right|_{\mathbf{x}=\boldsymbol{\mu}} \quad (6)$$

## EXEMPLOS NUMÉRICOS

### Exemplo 1 — Controle da área de um retângulo

Considere uma produção de chapas retangulares cortadas na largura  $X_1$  e no comprimento  $X_2$ , onde a área resultante é uma característica crítica de qualidade que deve ter o padrão “seis sigma”, ou seja  $Cpk \geq 2$ . Veja a Figura 2.

Figura 2: Exemplo de controle da área de uma chapa retangular.



Os valores médios, tolerâncias e diferenciais parciais de  $X_1$  e  $X_2$  são respectivamente:

$$\begin{aligned} \mu_{X_1} &= 100\text{mm} & T_{X_1} &= 0,2 & \frac{\partial f}{\partial X_1} &= 200 \\ \mu_{X_2} &= 200\text{mm} & T_{X_2} &= 0,2 & \frac{\partial f}{\partial X_2} &= 100 \end{aligned}$$

A função que relaciona a variável de resposta  $Y$  e as variáveis de entrada é:  $Y = X_1 \cdot X_2$ . Para determinar a tolerância da variável de resposta, aplica-se (2):

$$\begin{aligned} T_Y &= \left| \frac{\partial f}{\partial X_1} \right|_{\mathbf{x}=\boldsymbol{\mu}} T_{X_1} + \left| \frac{\partial f}{\partial X_2} \right|_{\mathbf{x}=\boldsymbol{\mu}} T_{X_2} = \\ &200 \cdot 0,2 + 100 \cdot 0,2 = 60 \end{aligned}$$

Para obter  $Cpk_Y \geq 2,0$ , estabelecem-se valores de desvios-padrão das variáveis de entrada que garantirão o nível de qualidade requerido na variável de resposta. Neste caso, após análises envolvendo processos disponí-

veis e custos, foram estabelecidos  $\sigma_{x_1} = \frac{T_{x_1}}{8}$  e  $\sigma_{x_2} = \frac{T_{x_2}}{10}$ , que resultam respectivamente  $Cp_{x_1} = 1,67$  e  $Cp_{x_2} = 1,33$ . Aplicando-se (3):

$$\sigma_Y \cong \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial X_1} \Big|_{\mathbf{x}=\boldsymbol{\mu}}\right)^2 \sigma_{x_1}^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial X_2} \Big|_{\mathbf{x}=\boldsymbol{\mu}}\right)^2 \sigma_{x_2}^2} = \sqrt{200^2 \left(\frac{0,2}{8}\right)^2 + 100^2 \left(\frac{0,2}{10}\right)^2} = 4,125$$

E o índice de capacidade da variável de resposta,  $Cp_Y$  (1) será igual a :

$$Cp_Y = \frac{T_Y}{6\sigma_Y} = \frac{60}{24,75} = 2,42$$

De modo similar, aplicando (6), a tolerância do erro sistemático da variável de resposta é determinada. Dados:  $|\mu_{x_1} - m_{x_1}| = 0,01$  e  $|\mu_{x_2} - m_{x_2}| = 0,02$ , segue que:

$$|\mu_Y - m_Y| = |\mu_{x_1} - m_{x_1}| \left| \frac{\partial f}{\partial X_1} \Big|_{\mathbf{x}=\boldsymbol{\mu}} \right| + |\mu_{x_2} - m_{x_2}| \left| \frac{\partial f}{\partial X_2} \Big|_{\mathbf{x}=\boldsymbol{\mu}} \right| = |0,01| \cdot |200| + |0,02| \cdot |100| = 4$$

Segue que o fator  $k_Y$  da variável de resposta  $Y$  é dado por:

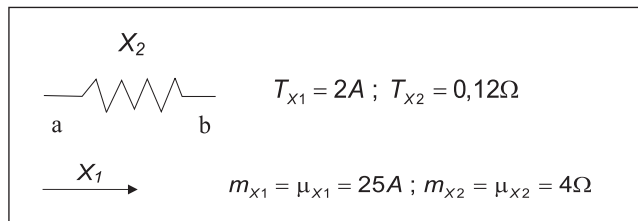
$$k_Y = \frac{|\mu_Y - m_Y|}{T_Y/2} = \frac{|4|}{60/2} = 0,133$$

E o índice  $Cpk_Y = Cp_Y(1 - k_Y) = 2,42(1 - 0,133) = 2,1$

**Exemplo 2 — Reavaliação de tolerâncias de projeto**

Devido à dificuldade em trabalhar com relações não-lineares, alguns deixam de “linearizar” determinadas funções não-lineares, através da aplicação da primeira ordem da série de Taylor. Desta forma consideram a relação entre variáveis originalmente como linear, ao aplicar uma simples soma de tolerâncias ou de variâncias a fim de estimar ou prever a tolerância ou a variância na variável de resposta. Segundo Creveling (1997), este procedimento pode ser

**Figura 3: Exemplo de modelo não-linear.**



prejudicial. Para ilustrar este fato, considere um exemplo em Montgomery (2001). Num circuito simples em corrente contínua, a tensão  $Y$  entre dois pontos  $a$  e  $b$  deve ser de  $100V$  com  $T_Y=4V$ . A corrente e a resistência do circuito, especificações das variáveis de entrada, são respectivamente:

Assume-se neste caso que as variáveis  $X_1$  e  $X_2$  são normalmente distribuídas e independentes entre si, com médias coincidindo com os valores nominais, de modo que a variável de resposta  $Y$  também tenha uma distribuição normal. Ainda, considera-se a previsão das tolerâncias naturais de processo de  $X_1$  e  $X_2$  como coincidentes com as respectivas especificações-limite em  $99,7\%$  ( $\mu \pm 3\sigma$ ), ou seja:

$$Cp_{x_1} = Cpk_{x_1} = Cp_{x_2} = Cpk_{x_2} = 1 \Rightarrow \sigma_{x_1} = 1/3 = 0,33 \text{ e } \sigma_{x_2} = 0,06/3 = 0,02$$

Pela lei de Ohm,  $Y = X_1 X_2$ . Nestas condições, a média de  $Y$  será aproximadamente:  $\mu_Y \cong \mu_{x_1} \cdot \mu_{x_2} = 25,4 = 100$ . Como  $\frac{\partial f}{\partial X_1} = X_2$  e  $\frac{\partial f}{\partial X_2} = X_1$ , segue que o desvio-padrão de  $Y$  calculado no ponto  $(\mu_{x_1}, \mu_{x_2})$  é dado por:

$$\begin{aligned} \sigma_Y^2 &\cong \left(\frac{\partial f}{\partial X_1} \Big|_{\mathbf{x}=\boldsymbol{\mu}}\right)^2 \sigma_{x_1}^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial X_2} \Big|_{\mathbf{x}=\boldsymbol{\mu}}\right)^2 \sigma_{x_2}^2 \Rightarrow \\ \sigma_Y^2 &\cong \mu_{x_2}^2 \sigma_{x_1}^2 + \mu_{x_1}^2 \sigma_{x_2}^2 \\ \sigma_Y^2 &\cong 4^2 \cdot 0,33^2 + 25^2 \cdot 0,02^2 \cong 2,00 \quad \text{e} \\ \sigma_Y &\cong \sqrt{2,00} \cong 1,41 \end{aligned}$$

Considerando os limites naturais de variação de tensão  $Y$ , tem  $6\sigma_Y = 8,46V$ . No entanto, esta variação de  $Y$  excede à especificação inicial  $T_Y=4V$ , que resulta em um índice de capacidade sofrível:

$$Cp_Y \cong \frac{T_Y}{6\sigma_Y} \cong \frac{4,0}{6 \cdot 1,41} \cong \frac{4,0}{8,46} \cong 0,47$$

Isto se dá devido ao acúmulo de variabilidade e a uma escolha equivocada de tolerâncias, por não considerarem as relações não-lineares entre as variáveis de entrada. Tolerâncias supostamente aceitáveis nas variáveis de entrada sem levar em consideração as relações não-lineares não refletirão uma tolerância adequada da variável de resposta. Para evitar este problema, os valores das tolerâncias e variân-

cias das variáveis de entrada serão reavaliados com o objetivo de adequar o valor da tolerância da variável de resposta (BURR, 1976 e CREVELING, 1997). A lei geral de propagação do erro deve ser aplicada com o objetivo de encontrar valores adequados para as especificações de cada variável de entrada, a fim de garantir a tolerância originalmente especificada na variável de resposta  $T_Y = 4V$ . Na reavaliação das tolerâncias de  $X_1$  e  $X_2$  supõe-se que as relações entre os valores originais das tolerâncias determinísticas e os valores das tolerâncias naturais da resistência e da corrente estejam otimizadas, isto é,  $T_{X2}/T_{X1} = 6\sigma_{X2}/6\sigma_{X1} = 0,06/1$ . Além disto, é desejável estabelecer  $Cp_Y = 1,33$ , de modo que o valor máximo para a tolerância natural de  $Y$  possa ser estabelecido:

$$Cp_Y \cong \frac{T_Y}{6\sigma_Y} \rightarrow \sigma_Y \cong \frac{T_Y}{6.Cp_Y} = \frac{4}{6.1,33} \cong 0,5$$

Porém,  $\frac{6\sigma_{X2}}{6\sigma_{X1}} = \frac{\sigma_{X2}}{\sigma_{X1}} = 0,06 \rightarrow \sigma_{X2} = 0,06.\sigma_{X1}$ . Como  $\sigma_Y^2 \cong \mu_{X2}^2.\sigma_{X1}^2 + \mu_{X1}^2.\sigma_{X2}^2 \Rightarrow 0,5^2 \cong 4^2.\sigma_{X1}^2 + 25^2.0,06^2.\sigma_{X1}^2$ , então os valores de  $\sigma_{X1} \cong 0,117$  e  $\sigma_{X2} \cong 0,06.\sigma_{X1} \cong 0,007$  podem ser determinados. A partir da tolerância requerida  $T_Y = 4V$ , as novas tolerâncias determinísticas das variáveis de entrada podem ser definidas através do método do pior caso, ou seja:

$$T_Y \cong |\mu_{X2}|.T_{X1} + |\mu_{X1}|.T_{X2} \Rightarrow 4 = 4.T_{X1} + 25.T_{X2}$$

Como  $\frac{T_{X2}}{T_{X1}} = 0,06 \rightarrow T_{X2} = 0,06.T_{X1}$ , então  $4 = 4T_{X1} + 25.0,06.T_{X1}$ , portanto  $T_{X1} = 0,727$  e  $T_{X2} = 0,044$ . Finalmente, para confirmar que o valor índice de capacidade  $Cp_Y$  é de 1,33:

$$Cp_Y \cong \frac{\left. \frac{\partial f}{\partial X_1} \right|_{x=\mu} T_{X1} + \left. \frac{\partial f}{\partial X_2} \right|_{x=\mu} T_{X2}}{6 \cdot \sqrt{\left( \left. \frac{\partial f}{\partial X_1} \right|_{x=\mu} \right)^2 \sigma_{X1}^2 + \left( \left. \frac{\partial f}{\partial X_2} \right|_{x=\mu} \right)^2 \sigma_{X2}^2}} \cong \frac{4.0,727 + 25.0,044}{6 \cdot \sqrt{4^2 \cdot 0,117^2 + 25^2 \cdot 0,007^2}} \cong 1,33$$

Uma vez que se respeitou a relação não-linear do índice de capacidade  $Cp_Y$  da tensão, coerentemente este se confirmou em 1,33 a partir dos valores redefinidos de tolerância.

## CONCLUSÕES

Os índices de capacidade de uma relação funcional  $Cp_Y$  e  $Cpk_Y$  proporcionam um melhor controle de qualidade sobre uma característica de qualidade que seja variável de resposta dependente de várias variáveis de entrada. Ressalta-se que o procedimento proposto neste trabalho é empregado na fase de projeto dos processos, contribuindo diretamente para o “*design for six sigma*”. A previsão de índices de capacidade no projeto é um meio de garantir a qualidade desde a concepção do produto, propiciando uma seleção mais racional dos processos de manufatura a serem empregados. Posteriormente, na manufatura, podem-se utilizar as estimativas dos desvios-padrão de  $\sigma_{Xi}$  e das médias  $\mu_{Xi}$  fornecidas pelo controle estatístico de processo; desta forma, estimativas pontuais e intervalares de  $Cp_Y$  e  $Cpk_Y$  podem ser obtidas, porém esta não é a abrangência deste trabalho. Ressalta-se que a relação entre as variáveis de entrada pode ser linear ou não. Quando o modelo é linear, os índices  $Cp_Y$  e  $Cpk_Y$  são exatos; quando o modelo matemático não é linear, aplica-se uma linearização através da expansão de Taylor limitada à primeira ordem, o que na grande maioria dos casos revela-se suficiente.

Artigo recebido em 16/08/2003

Aprovado para publicação em 03/02/2004

## Bibliografia

BANKS J. *Principles of Quality Control*, New York, John Wiley & Sons, First Edition, Georgia Institute of Technology, 1989.

BREYFOGLE III, F. W. *Implementing Six Sigma* – New York, Ed. John Wiley & Sons, 1999.

BULBA E. A. *Contribuições ao Estudo de Índices de Capacidade de uma Relação Funcional*. São Paulo, Tese de Doutorado. EPUSP. 2003.

BULBA E. A.; Ho L. L. *Índices de Capacidade Combinados*. Curitiba, ENEGEP 2002.

BURR, I. W. *Statistical Quality Control Methods*, New York, Marcel Dekker, 1976.

CREVELING, C. M. *Tolerance Design*, Massachusetts, Addison Wesley Longman, Inc, 1997.

Dietrich, C. F. *Uncertainty, Calibration and Probability*, New York, Adam Hilger, Second Edition, 1991.

EVANS, D.H. Statistical Tolerancing: The State of the Art, Part III. Shifts and Drifts. *Journal of Quality Technology*, v. 7, n. 2, 1975.

HARRY, M.; STEWART R. *Six Sigma Mechanical Design Tolerancing*, Motorola University Press, Schaumburg, IL, 1988.

JURAN, J. M. *Quality Control Handbook*, New York, Mc Graw-Hill, 1974.

MONTGOMERY, D. C. *Introduction to Statistical Quality Control*. Cingapura, Ed. John Wiley & Sons, Fourth Edition, 2001.

ULLMAN, D. G. *The Mechanical Design Process*, Oregon State University, Second Edition, Mc Graw-Hill International Editions, 1997.

WILSON, M.P. *Seis Sigma- Compreendendo o Conceito, As Implicações e os Desafios*. Rio de Janeiro, Ed. Qualitymark, 2000.

## Agradecimentos

Os autores agradecem os revisores deste trabalho pelas sugestões que sem dúvida contribuíram para o enriquecimento do mesmo.