

# Passos para Implantação de Sistemas de Previsão de Demanda - Técnicas e Estudo de Caso

**Fernando R. Pellegrini, MSc**

pellegrini@ppgep.ufrgs.br

**Flávio S. Fogliatto, PhD**

ffogliatto@ppgep.ufrgs.br

Programa de Pós – Graduação em Engenharia de Produção (PPGEP)

Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS)

Praça Argentina, 9 – Sala LOPP, Porto Alegre – RS – 90040-020

Este artigo apresenta um procedimento para a estruturação de um sistema de previsão de demanda de produtos e serviços. Nosso objetivo principal é propor uma metodologia que permita utilizar técnicas de previsão de demanda no apoio à tomada de decisões gerenciais. No procedimento proposto, a partir de uma seqüência estruturada de passos, são indicadas as diretrizes para a implementação de técnicas quantitativas de previsão de demanda. Também revisam-se os principais modelos estatísticos de previsão, os quais são capazes de projetar no futuro, padrões e tendências presentes em séries históricas de dados de demandas passadas. Um estudo de caso, realizado em uma indústria do ramo alimentício, faz a integração das técnicas e procedimentos apresentados.

Palavras-Chave: sistema de previsão de demanda, classificação de produtos, análise de séries temporais.

*In this paper we propose a sequence of steps for setting up and maintaining a forecasting system for predicting future demand of products or services. Our main objective is to propose a methodology that allows forecasting techniques to be used as a supporting tool in managerial decision making. Our procedure is implemented in six main steps, covering issues such as product classification and the analysis of some software available to proceed with the model calculation. We also review the main time series analysis and their application. In short, such models allow the analyst to project into future periods patterns and trends that were recognizable from the analysis of past demand data. A case study from the food industry illustrates the forecasting techniques reviewed and the steps of the method we propose.*

Keywords: forecasting system, product classification, time series analysis.

## 1. Introdução

*Previsões de demanda desempenham um importante papel em diversas áreas na gestão de organizações; por exemplo, na área financeira (no planejamento da necessidade de recursos), na área de recursos humanos (no planejamento de modificações no nível da força de trabalho) e na área de vendas (no agendamento de promoções). Tais previsões são também essenciais na operacionalização de diversos aspectos do gerenciamento da produção, como na gestão de estoques e no desenvolvimento de planos agregados de produção.*

*Previsões de demanda são elaboradas utilizando métodos quantitativos, qualitativos ou combinações de ambos. Métodos quantitativos, neste trabalho*

*denominados métodos de forecasting, baseiam-se na análise de séries temporais (dados que descrevem a variação da demanda ao longo do tempo). Métodos qualitativos baseiam-se em opiniões de especialistas, sendo vulneráveis a tendências que podem comprometer a confiabilidade de seus resultados. Métodos qualitativos têm sido, historicamente, os mais utilizados na previsão da demanda (Mentzer & Cox, 1984). Tais métodos costumam apresentar um baixo grau de precisão; apesar disto, continuam sendo amplamente utilizados nas empresas, mesmo com a difusão dos métodos de forecasting mais avançados, impulsionada pelo avanço na capacidade de processamento e armazenamento de dados computacionais (Sanders & Manrodt, 1994). A extensa*

utilização dos métodos qualitativos parece estar relacionada ao fato das previsões por eles geradas corresponderem às metas de demanda estabelecidas pelas empresas (Dias, 1999). A escassa fundamentação prática dessas previsões, por outro lado, pode explicar, em grande parte, a baixa precisão dos resultados oferecidos pelos métodos qualitativos.

Neste artigo, propõe-se uma metodologia para implementação de sistemas de previsão de demanda em empresas industriais e de serviços. O objetivo principal é utilizar técnicas de forecasting no apoio à tomada de decisões gerenciais. A metodologia proposta tem como base a classificação de produtos conforme sua prioridade estratégica para a empresa e a utilização de análise estatística de séries temporais. Uma aplicação da metodologia em uma empresa industrial do ramo alimentício ilustra a sua utilização prática. Na aplicação em questão, realiza-se um comparativo entre técnicas de forecasting, com vistas à determinação daquelas que melhor se adaptam ao perfil de demanda dos produtos manufaturados pela empresa.

A metodologia proposta traz como principal contribuição uma seqüência de passos para implementação de sistemas de forecasting validada e ajustada através de aplicações práticas, uma das quais é reportada neste artigo. Outras contribuições originais incluem (i) a utilização da classificação ABC na identificação do nível de agregação recomendado para as séries temporais que compõem o cenário de aplicação da metodologia e (ii) uma estratégia para identificação e remoção de valores espúrios em séries temporais.

A tomada de decisões é um fato cotidiano que desempenha um papel relevante dentro das empresas. Atualmente, o alto grau de competitividade no meio empresarial exige a capacidade de tomar decisões rápidas e precisas. A qualidade da tomada de decisão tem relação direta com os dados disponíveis para o tomador de decisão e com sua habilidade em extrair destes dados informações relevantes.

Através das técnicas de forecasting é possível extrair dos dados passados disponíveis sobre um processo de demanda, informações que permitem a modelagem matemática de seu comportamento. A suposição de uma continuidade nesse comportamento permite a realização de previsões, cuja qualidade e precisão são muito superiores àquelas das previsões feitas intuitivamente, baseadas unicamente na

experiência dos decisores. Adicionalmente, os modelos uma vez atualizados, passam, de imediato, a refletir as alterações do processo, fornecendo prontamente subsídios a novas tomadas de decisão.

São inúmeras as aplicações de forecasting dentro de uma empresa. A operacionalização satisfatória de estratégias de planejamento e controle da produção, em particular, está fortemente associada a existência de um sistema eficiente de forecasting (Hill, 1994; Tompkins et al., 1996). A utilização da metodologia aqui proposta viabiliza a realização de tomadas de decisão mais ágeis e com maior precisão, as quais se refletirão em maior velocidade de resposta, em menores perdas e, portanto, em uma maior competitividade no mercado.

Este artigo encontra-se organizado em cinco seções, incluindo a presente introdução. Na seção 2, apresenta-se a metodologia proposta para a elaboração de um sistema forecasting. Na seção 3, são apresentados os modelos de séries temporais utilizados no estudo de caso. A seção 4 apresenta os resultados da aplicação da metodologia proposta em um estudo de caso. Uma conclusão encerra o artigo na seção 5.

## 2. Passos para elaboração de um sistema de previsão de demanda

A elaboração de um sistema de forecasting requer, de uma organização, conhecimento e habilidade em 4 áreas básicas: (i) identificação e definição dos problemas a serem tratados no forecasting; (ii) aplicação dos métodos de forecasting; (iii) procedimentos para seleção do método apropriado a situações específicas; e (iv) suporte organizacional para adaptar e usar os métodos de forecasting requeridos.

Um sistema de forecasting deve estabelecer relações entre previsões feitas pelas diferentes áreas de gerenciamento. Existe um alto grau de dependência entre essas previsões; o perfeito entendimento da natureza desta dependência define o sucesso na implantação do sistema de forecasting. Por exemplo, um erro na projeção de vendas pode trazer uma série de prejuízos a todas as demais áreas da organização.

A aplicabilidade de um sistema de forecasting depende de três condições (Makridakis et al., 1998):

- Disponibilidade de informações históricas;
- Possibilidade da transformação das informações históricas em dados numéricos; e
- Suposição da repetição de padrões observados em dados passados no tempo futuro.

Esta última consideração é conhecida como suposição de continuidade. Tal condição é uma premissa básica para a utilização de métodos de forecasting, bem como de diversos métodos qualitativos.

As técnicas de forecasting variam consideravelmente, tendo sido desenvolvidas com vários propósitos distintos. Cada técnica possui características próprias, grau de precisão e custo de utilização, os quais devem ser considerados na escolha de um método específico. De forma geral, os critérios para a escolha de um sistema de forecasting compreendem as etapas descritas na seqüência.

## 2.1 Definição do Problema

Em algumas aplicações de forecasting, a definição do problema pode ser a etapa mais complexa. Diversos fatores devem ser analisados: como o forecasting será usado, onde será usado e como ele se encaixa dentro da organização. O nível de detalhe requerido é uma consideração de extrema importância, sendo influenciado por diversos fatores, tais como disponibilidade de dados, precisão, custo da análise e preferências gerenciais.

O custo do forecasting está diretamente ligado a precisão requerida. Uma vez que o aumento da precisão diminui as perdas resultantes dos processos decisórios, a relação entre o custo do forecasting e as perdas causadas pela incerteza forma um trade-off, exemplificado na Figura 1. Fica claro, a partir da análise do gráfico na Figura 1, que após um determinado ponto o aumento dos recursos investidos não implica em aumento expressivo na precisão do sistema de forecasting. Sendo assim, procura-se trabalhar dentro de uma faixa que possibilite a melhor previsão a um menor custo.

Uma segunda classe de decisões envolve elementos temporais; mais especificamente, o período, horizonte e intervalo do forecasting.

O período é a unidade básica de tempo em que a previsão é requerida. Geralmente, ele é expresso em meses ou semanas, dependendo do espaço de tempo em que os dados de demanda estão armazenados. Dentre os elementos temporais, a magnitude do período é o fator que mais influencia na escolha do modelo a ser utilizado.

O horizonte é o número de períodos futuros cobertos pela previsão, sendo expresso na mesma unidade temporal do período. Ele está relacionado com a capacidade de resposta da organização. Quanto menos flexível for a organização, maior será o horizonte; quanto mais ágil, menor o horizonte. Recomenda-se que o horizonte do forecasting deva ser, no mínimo, igual ao maior tempo de resposta da organização (Dias, 1999).

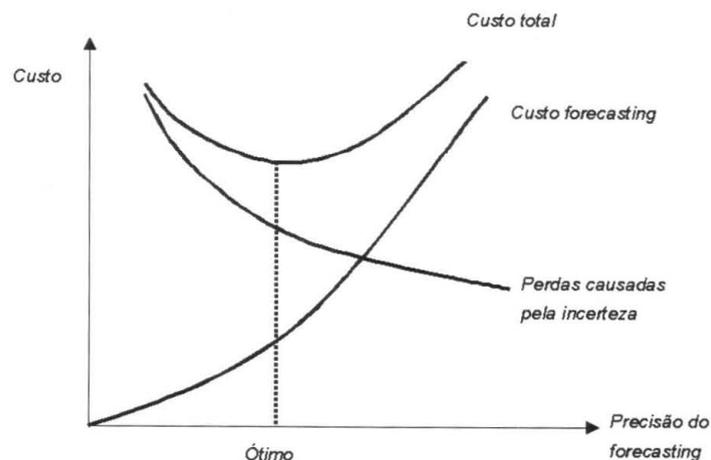


Figura 1. Relação entre precisão e custo do forecasting. (Adaptado de Montgomery et al., 1990).

O intervalo é a frequência com a qual novas previsões são preparadas. Na definição desta frequência, existe um trade-off entre o risco de não se identificar uma mudança na série temporal e os custos na revisão do forecasting. Assim, o intervalo depende da estabilidade do processo, das conseqüências de se estar usando uma previsão obsoleta, e dos custos do forecasting e do replanejamento. Geralmente o intervalo é igual ao período. Desta maneira, os modelos são revistos a cada período, usando a demanda do período mais recente (Montgomery et al., 1990).

Durante a etapa de definição do problema, o técnico responsável pela elaboração do sistema de forecasting deve consultar todos aqueles envolvidos na coleta de dados, na manutenção do banco de dados e no uso das previsões para o planejamento futuro.

## 2.2 Coleta de Informações

Pelo menos dois tipos de informações devem estar disponíveis na elaboração de um sistema de forecasting (Makridakis et al., 1998): (i) dados estatísticos (geralmente numéricos) e (ii) dados subjetivos oriundos de julgamento e perícia de especialistas (empregado, principalmente, na avaliação da qualidade dos dados a serem utilizados no sistema). Os dados estatísticos serão utilizados na modelagem matemática do forecasting; a opinião de especialistas é essencial para validação prática das previsões geradas pelo sistema.

### • Montagem do Banco de Dados

Os dados estatísticos a serem utilizados na previsão da demanda são usualmente armazenados em um banco de dados. O banco de dados deve conter, além da série temporal (representada por produtos e a demanda dos mesmos a cada período), informações que possibilitem a utilização de filtros. O filtro, em um banco de dados, é a designação utilizada para quaisquer critérios empregados no agrupamento de dados. Considere, por exemplo, a estratificação da previsão da demanda para um cliente específico, uma região geográfica ou um vendedor; os filtros, no exemplo, são os clientes, a região geográfica e os vendedores.

A atualização do banco de dados deve ser feita a cada período, incorporando-se, assim, as informações mais recentes aos modelos de previsão.

### • Classificação dos Produtos

Em certos sistemas de forecasting, centenas ou milhares de produtos podem estar em estudo. Porém, nem sempre se faz necessária, para fins gerenciais, a análise de todos os produtos individualmente. Muitos deles podem ser agregados, através de critérios pré-determinados, em uma mesma série temporal, e analisados conjuntamente.

A metodologia mais aplicada para a agregação de produtos é a classificação ABC, a qual determina a importância do produto, relacionando demanda e seu faturamento (Nahmias, 1993). Neste artigo, sugere-se a utilização dessa classificação como critério de definição do nível de detalhamento a ser adotado na modelagem de séries temporais. Neste contexto, os produtos aos quais estão associadas as séries temporais em estudo podem ser classificados em 3 classes:

Classe A - Esta classe representa 80% do faturamento e cerca de 20% dos produtos vendidos pela empresa. A previsão de demanda é feita individualmente para cada produto desta classe. Estratificações das séries temporais de demanda conforme região, cliente ou vendedor, por exemplo, podem também ser de interesse gerencial. De forma geral, somente estratificações nas séries correspondentes a produtos na classe A justificam-se economicamente.

Classe B - A classe B representa 15% do faturamento e cerca de 30% dos produtos vendidos pela empresa. A previsão de demanda é feita individualmente para cada produto, porém estratificações nas séries não são, via de regra, necessárias. Em casos onde nenhuma estratificação é efetuada sobre as séries na classe A, o tratamento estatístico das séries em A e B são idênticos.

Classe C - A classe C contempla 5% do faturamento e cerca de 50% dos produtos vendidos pela empresa. Para os produtos nesta classe, o mais indicado é a realização de uma previsão agregada de demanda.

Um outro método de agregação que também pode ser utilizado nesta etapa é a classificação dos produtos por família. Neste método, produtos com as mesmas características são agrupados em uma única série temporal, reduzindo significativamente o número de séries a serem analisadas. Um exemplo de aplicação deste método de agregação é apresentado no estudo de caso, na seção 4.

### • Definição dos Níveis de Agregação

Algumas vezes, para se captar alguma característica no comportamento de uma série temporal, faz-se necessário uma agregação de seus elementos temporais. Por exemplo, quando se está analisando uma série contendo dados diários, pode não ser possível visualizar com facilidade um padrão no comportamento da série que se manifeste numa base mensal, o que poderia implicar em uma deficiência na modelagem. Neste caso, poderia-se agregar os dados em períodos semanais e mensais, até que algum padrão possa ser identificado na série de maneira distinta.

Muitas vezes, mesmo após várias agregações temporais, nenhuma característica no comportamento da série é encontrada. Isto significa que os dados de demanda apresentam um comportamento exclusivamente aleatório, o que pode comprometer a precisão de previsões futuras.

As agregações temporais são definidas, basicamente, pelos dados de demanda disponíveis. Já as agregações dos produtos são definidas por preferências gerenciais, custos da análise, precisão requerida e a disponibilidade dos dados de demanda (Montgomery et al., 1990).

## 2.3 Seleção do Pacote Computacional

Dada a complexidade de operacionalização de alguns dos modelos de forecasting, faz-se necessário o uso de pacotes computacionais no cálculo da previsão de demanda. A escolha correta do pacote adequado pode ser difícil, devido a grande variedade de produtos disponíveis no mercado. A seguir, são apresentadas algumas questões que podem ser úteis na determinação do pacote computacional mais apropriado para apoio a um sistema de previsão de demanda; a lista apresentada foi elaborada a partir de sugestões em Makridakis et al., 1998:

- O pacote deve possuir vantagens identificadas como essenciais pela gerência. Verifique os modelos de forecasting contemplados no produto, a forma de gerenciamento das informações, a apresentação gráfica e relatórios dos resultados obtidos na análise.
- Identifique o sistema operacional do pacote. O sistema deve ser compatível com aquele utilizado pelos computadores na empresa, ou permitir a transferência de dados entre sistemas operacionais distintos.

- O pacote deve ser de fácil utilização e aprendizado. Solicite uma demonstração de funcionamento do programa e verifique aspectos relacionados a sua facilidade de operacionalização.
- Verifique a possibilidade de implementação de novos modelos de forecasting no pacote computacional. Usuários avançados procuram fazer modificações em modelos existentes de forecasting ou mesmo implementar novos modelos nos pacotes. Para tanto, a linguagem de programação do pacote selecionado deve ser dominada pelos usuários (programadores) da empresa.
- Muitas vezes, centenas de séries temporais podem estar em estudo. Alguns pacotes possuem uma ferramenta que permite gerar rapidamente a previsão individual de um conjunto de dados envolvendo milhares de séries temporais. Esta característica é de suma importância quando se necessita agilidade na análise de muitas séries.
- Verifique a capacidade de processamento de dados do pacote. Sistemas de forecasting podem utilizar séries temporais bastante extensas, que eventualmente ultrapassam o limite de capacidade de processamento de alguns pacotes computacionais.
- Verifique a precisão das previsões calculadas pelo pacote. Apesar de possuírem diferentes algoritmos, pacotes distintos devem apresentar resultados no mínimo próximos. Assim, é interessante fazer uma comparação entre eles, uma vez que alguns podem conter erros.

A maioria dos pacotes estatísticos (de uso) genéricos apresentam uma opção de análise de forecasting. Tais pacotes são recomendados a usuários que demandem uma análise estatística e gráfica detalhada dos dados. Entre os pacotes estatísticos genéricos mais difundidos, três são abordados na seqüência: NCSS, Statgraphics e SPSS. A análise destes pacotes limita-se aos seus módulos de forecasting.

O NCSS (Number Cruncher Statistical System, 1996) possui, em seu módulo de forecasting, a possibilidade de uso dos modelos ARIMA, suavização exponencial e decomposição. O relatório de resultados da análise traz um grande número de informações, não disponíveis nos demais pacotes aqui abordados. O Statgraphics (1995) também possui as opções dos modelos de decomposição, ARIMA e suavização exponencial no seu módulo de forecasting, apresentando uma melhor interface de

utilização, se comparado ao NCSS. O SPSS (*Statistical Package for Social Science*, 1997) é o melhor dentre os três pacotes genéricos aqui abordados. O programa oferece, no seu módulo de forecasting, as opções dos modelos de decomposição, ARIMA, suavização exponencial, regressão com erros dos modelos ARIMA e X-11 ARIMA.

Os pacotes computacionais específicos para análise de forecasting contêm apenas as ferramentas estatísticas necessárias para a análise de séries temporais e geração de previsões. Sua vantagem se dá em funções relativas a previsão, não encontradas em pacotes de uso genérico. Entre os pacotes específicos para análise de forecasting, destacam-se o Forecast Pro e o Autobox.

O Forecast Pro (1999) oferece a opção de escolha automática do modelo que melhor se adequa a uma série temporal. Para tanto, faz uma comparação entre os modelos ARIMA, suavização exponencial e X-11 ARIMA. O pacote também permite ao usuário a seleção do critério utilizado para comparação dos modelos obtidos em cada série. Uma outra característica importante do pacote é a possibilidade de fazer, simultaneamente, a previsão de um grande número de séries temporais em poucos segundos. O Autobox (1999) oferece, basicamente, as mesmas opções do pacote computacional Forecast Pro. Porém, utiliza os modelos ARIMA, suavização exponencial, além da análise de regressão a partir dos erros oriundos dos modelos ARIMA.

## 2.4 Análise Preliminar

Nesta etapa, dados históricos são agrupados e representados graficamente. Desta maneira, pode-se identificar possíveis valores espúrios na série temporal, o que dificultaria a sua modelagem. Valores espúrios podem ser causados por erros de digitação, falta de produtos, promoções esporádicas e variações no mercado financeiro, entre outras causas. Para o tratamento destes valores, sugerem-se os seguintes procedimentos:

- Procedimento A. Quando o valor espúrio encontra-se no final da série temporal e existem valores suficientes para gerar um modelo de previsão, substitui-se o valor espúrio pela previsão relativa ao período correspondente ao dado excluído.
- Procedimento B. Quando o valor espúrio encontra-se no

início da série temporal, o procedimento descrito anteriormente torna-se inviável. Uma sugestão para tal situação é fazer a substituição do valor espúrio por um valor médio das observações imediatamente adjacentes a ele, e gerar um modelo de previsão. Uma vez feita a previsão, o valor espúrio é substituído pela previsão relativa ao período correspondente.

Uma vez retirados os valores espúrios, analisam-se fatores como padrões, tendências e sazonalidades que podem estar presentes na série temporal em estudo. A análise gráfica preliminar fornece subsídios auxiliares na escolha dos modelos quantitativos a serem utilizados na modelagem matemática das diversas séries de dados.

## 2.5 Escolha e Validação dos Modelos

A escolha do modelo de previsão apropriado a uma série de dados temporais deve estar baseada, além da precisão do modelo, nos seguintes fatores:

- Aspectos que influenciam a demanda a ser analisada

O conhecimento de aspectos que podem influenciar a demanda, como, por exemplo, promoções ou campanhas promocionais, é de vital importância para o processo de previsão. Através deste tipo de informação, pode-se fazer com que a previsão, com o uso da análise subjetiva, se ajuste a casos particulares. Além disto, a previsão geralmente é feita para um intervalo de confiança, o qual pode ter uma magnitude elevada. Assim, mais uma vez, a análise subjetiva pode ser utilizada para aumentar a precisão da previsão.

- Características da série temporal

A previsão futura de uma série temporal pode ser feita através das previsões de seus componentes (sazonalidade, tendência, entre outros). A previsão da sazonalidade, em virtude da sua regularidade, pode ser feita de maneira adequada por um grande número de modelos. Muitas séries, inclusive, podem ser modeladas de forma mais precisa se removido o componente sazonal (Makridakis & Hibon, 1997). Assim, sem o componente sazonal, o domínio de um dos componentes sobre os demais na série temporal pode definir o modelo a ser utilizado.

Quando a aleatoriedade domina a tendência-ciclo (muitos métodos de decomposição consideram a tendência e o ciclo como sendo um componente único),

a suavização exponencial simples geralmente modela a série temporal de forma satisfatória. Nos casos onde a tendência-ciclo domina a aleatoriedade, modelos mais complexos, tais como Box-Jenkins, são os mais indicados (Makridakis et al., 1982). Em séries temporais onde existe pouca aleatoriedade e o componente de tendência domina as flutuações cíclicas, o modelo de Holt, de suavização exponencial dupla, geralmente produz bons resultados. Porém, quando o componente cíclico domina a tendência, o modelo de Holt pode gerar uma previsão pouco precisa, uma vez que a tendência linear não se mantém constante.

- **Agregação temporal dos dados**

O grau de agregação temporal influencia na seleção do modelo, pois, de maneira geral, a aleatoriedade diminui com o agrupamento dos dados. Assim, dados dispostos anualmente possuem pouca aleatoriedade e um forte componente de tendência, sugerindo o uso do modelo de Holt. Por outro lado, dados diários possuem grande aleatoriedade, sendo preferível o modelo de suavização exponencial simples. Modelos mais complexos, como Box-Jenkins, produzem melhores resultados em agregações intermediárias (mensais ou quadrimestrais), uma vez que estas podem exibir fortes componentes cíclicos e de tendência.

- **Intervalo das previsões**

O intervalo, o qual relata a frequência com que novas previsões são preparadas, também pode auxiliar na determinação do melhor modelo a ser utilizado. Dados com pouca agregação temporal (por exemplo, diários) requerem previsões em intervalos curtos de tempo. Assim, para dados dispostos diariamente são evitados modelos complexos, por serem muito trabalhosos e por poderem, potencialmente, tornar o sistema dispendioso.

## 2.6 Verificação do Sistema

Uma vez tendo-se os modelos e seus parâmetros estimados apropriadamente, sua utilização na predição da demanda futura pode ser testada. Neste ponto, o processo de implantação do sistema de forecasting é considerado concluído, tendo início o seu processo de manutenção. A manutenção do sistema consiste na incorporação de novas informações sobre as variáveis de interesse, obtidas após cada período, e revalidação dos modelos estatísticos inicialmente selecionados para sua previsão futura.

## 3. Duas famílias de modelos estatísticos para séries temporais

A previsão de demanda utilizando métodos quantitativos pode ser feita através de vários modelos matemáticos. O emprego de cada modelo depende basicamente do comportamento da série temporal que se deseja analisar.

Uma série temporal pode exibir até quatro características diferentes em seu comportamento: média, sazonalidade, ciclo e tendência. A característica de média existe quando os valores da série flutuam em torno de uma média constante. A série possui característica sazonal quando padrões cíclicos de variação se repetem em intervalos relativamente constantes de tempo. A característica cíclica existe quando a série exibe variações ascendentes e descendentes, porém, em intervalos não regulares de tempo. Finalmente, a característica de tendência ocorre quando a série apresenta comportamento ascendente ou descendente por um longo período de tempo. Toda variação em uma série temporal que não pode ser explicada pelas características acima, é devida ao ruído aleatório no processo gerador dos dados; tal ruído não é matematicamente modelável.

A seguir, são apresentadas as duas principais famílias de modelos matemáticos utilizados em estudos de forecasting: os modelos de suavização exponencial e os modelos de Box-Jenkins. A utilização desses modelos é exemplificada no estudo de caso, na seção 4. A seção é encerrada com a apresentação de critérios para avaliar a adequação de modelos a séries temporais.

### 3.1 Modelos de Suavização Exponencial

Os modelos de suavização exponencial são amplamente utilizados para previsão de demanda devido a sua simplicidade, facilidade de ajuste e boa precisão. Estes métodos usam uma ponderação distinta para cada valor observado na série temporal, de modo que valores mais recentes recebam pesos maiores. Assim, os pesos formam um conjunto que decai exponencialmente a partir de valores mais recentes.

- **Suavização Exponencial para um Processo Constante**

Se a série temporal mantém-se constante sobre um nível médio, uma suavização exponencial simples pode ser

usada para a previsão de valores futuros da série. Sua representação matemática vem dada por (Elsayed & Boucher, 1994):

$$\hat{z}_{t+1} = \alpha z_t + (1 - \alpha) \hat{z}_t,$$

onde  $\hat{z}_{t+1}$  é a previsão da demanda para o tempo  $t+1$ , feita no período atual  $t$ ;  $\alpha$  é a constante de suavização, assumindo valores entre 0 e 1;  $z_t$  é o valor observado na série temporal para o tempo  $t$ ; e,  $\hat{z}_t$  é o valor da previsão feita para o tempo  $t$ . Uma forma de medir a precisão da previsão, é calcular o erro por ela gerado; ou seja,  $e_t = z_t - \hat{z}_t$ .

O valor da constante de suavização  $\alpha$  é arbitrário; a determinação de seu melhor valor pode ser feita iterativamente, utilizando alguma forma de comparação, como, por exemplo, a média do quadrado dos erros, MQE. Desta maneira, seleciona-se aleatoriamente um valor inicial para a constante, a partir do qual previsões são geradas. Comparam-se os valores previstos com os reais, e calcula-se a média do quadrado das diferenças entre os mesmos; o parâmetro que minimiza essa média é utilizado no modelo final. Pacotes computacionais determinam automaticamente o melhor valor de  $\alpha$ . A magnitude da constante  $\alpha$  determina a velocidade de resposta do modelo frente a mudanças na demanda (Montgomery et al., 1990). Valores pequenos de  $\alpha$  fazem com que o modelo demore a assumir mudanças no comportamento da série; com valores grandes de  $\alpha$  o modelo reage rapidamente.

Os modelos de suavização exponencial simples requerem uma estimativa inicial para  $\hat{z}_t$ . Quando dados históricos estão disponíveis, pode-se usar uma média simples das  $N$  observações mais recentes como  $\hat{z}_t$ ; caso contrário, pode-se utilizar a última observação, ou fazer uma estimativa subjetiva.

#### • Modelo de Holt

O modelo de Holt pode ser utilizado, de maneira satisfatória, em séries temporais com tendência linear. Este modelo emprega duas constantes de suavização,  $\alpha$  e  $\beta$  (com valores entre 0 e 1), sendo representado por três equações (Armstrong, 1999):

$$L_t = \alpha z_t + (1 - \alpha)(L_{t-1} + T_{t-1}), \quad (1)$$

$$T_t = \beta(L_t - L_{t-1}) + (1 - \beta)T_{t-1}, \quad (2)$$

$$\hat{z}_{t+k} = L_t + kT_t, \quad (3)$$

As equações (1) e (2) fazem uma estimativa do nível e da inclinação da série temporal, respectivamente. Já a equação (3), calcula a previsão da demanda para os próximos  $k$  períodos.

Assim como na suavização exponencial simples, o método de Holt requer valores iniciais, neste caso  $L_0$  e  $T_0$ . Uma alternativa para estes cálculos iniciais é igualar  $L_0$  ao último valor observado na série temporal e calcular uma média da declividade nas últimas observações para  $T_0$ . Uma outra forma de cálculo é a regressão linear simples aplicada aos dados da série temporal, onde se obtém o valor da declividade da série temporal e de  $L_0$  em sua origem.

Os valores das constantes de suavização no modelo de Holt podem ser determinados de forma semelhante à usada na suavização exponencial simples; ou seja, uma combinação de valores para  $\alpha$  e  $\beta$  que minimize a MQE.

#### • Modelos de Winters

Os modelos de Winters descrevem apropriadamente dados de demanda onde se verifica a ocorrência de tendência linear, além de um componente de sazonalidade. Dados de demanda sazonal caracterizam-se pela ocorrência de padrões cíclicos de variação, que se repetem em intervalos relativamente constantes de tempo. Demanda de tipo sazonal caracteriza alguns ramos da indústria alimentícia (refrigerantes e sorvetes), de cosméticos (bronzeadores) e de serviços (intensidade de atendimento de um banco ao longo do dia).

Os modelos de Winters dividem-se em dois grupos: aditivo e multiplicativo. No modelo aditivo, a amplitude da variação sazonal é constante ao longo do tempo; ou seja, a diferença entre o maior e menor valor de demanda dentro das estações permanece relativamente constante no tempo. No modelo multiplicativo, a amplitude da variação sazonal aumenta ou diminui como função do tempo.

O modelo multiplicativo de Winters é utilizado na modelagem de dados sazonais onde a amplitude do ciclo sazonal varia com o passar do tempo. Sua representação matemática vem dada por (Fuller, 1996):

$$L_t = \alpha \frac{z_t}{S_{t-s}} + (1 - \alpha)(L_{t-1} + T_{t-1}), \quad (4)$$

$$T_t = \beta(L_t - L_{t-1}) + (1 - \beta)T_{t-1}, \quad (5)$$

$$S_t = \gamma \frac{z_t}{L_t} + (1-\gamma)S_{t-s}, \quad (6)$$

$$\hat{z}_{t+k} = (L_t + kT_t)S_{t-s+k}, \quad (7)$$

onde  $s$  é uma estação completa da sazonalidade (por exemplo,  $s$  é igual a 12 quando se tem dados mensais e sazonalidade anual);  $L_t$ ,  $T_t$  e  $S_t$  representam o nível, a tendência e a sazonalidade da série, respectivamente;  $\hat{z}_{t+k}$  é a previsão para  $k$  períodos a frente; e, finalmente,  $\gamma$  é a constante de suavização que controla o peso relativo a sazonalidade, variando entre 0 e 1.

A equação (4) difere da equação que trata do nível da série no modelo de Holt, já que o primeiro termo é dividido por um componente sazonal, eliminando assim a flutuação sazonal de  $z_t$ . A equação (5) é exatamente igual à equação da tendência no método de Holt. Já a equação (6), faz um ajuste sazonal nas observações  $z_t$ .

Como todos os métodos de suavização exponencial, os modelos de Winters necessitam valores iniciais de componentes (neste caso, nível, tendência e sazonalidade) para dar início aos cálculos. Para a estimativa do componente sazonal, necessita-se de no mínimo uma estação completa de observações, ou seja,  $s$  períodos. As estimativas iniciais do nível e da tendência são feitas, então, no período  $s$  definido para o componente sazonal. Estimadores dos componentes nas equações (4) a (7) podem ser encontrados em Winters (1960), Johnson & Montgomery (1974), Hamilton (1994) e Elsayed & Boucher (1994). Os valores das constantes de suavização seguem a mesma lógica de determinação sugerida para os outros métodos de suavização exponencial.

O modelo aditivo de Winters é utilizado na modelagem de dados sazonais onde a amplitude do ciclo sazonal permanece constante com o passar do tempo. Suas equações matemáticas são (Makridakis et al., 1998):

$$L_t = \alpha(z_t - S_{t-s}) + (1-\alpha)(L_{t-1} + T_{t-1}), \quad (8)$$

$$T_t = \beta(L_t - L_{t-1}) + (1-\beta)T_{t-1}, \quad (9)$$

$$S_t = \gamma(z_t - L_t) + (1-\gamma)S_{t-s}, \quad (10)$$

$$\hat{z}_{t+k} = L_t + kT_t + S_{t-s+k} \quad (11)$$

A equação da tendência permanece a mesma utilizada para o modelo multiplicativo [ver equação (5)]. Nas

demais equações, a única diferença é que o componente sazonal está efetuando operações de soma e subtração, ao invés de multiplicar e dividir.

### 3.2 Modelos de Box-Jenkins

Os modelos de Box-Jenkins, também conhecidos como Modelos Autoregressivos Integrados a Média Móvel, ou simplesmente ARIMA (Autoregressive Integrated Moving Average), foram propostos por George Box e Gwilym Jenkins no início dos anos 70 (Box et al., 1994). Os modelos de Box-Jenkins partem da idéia de que os valores de uma série temporal são altamente dependentes, ou seja, cada valor pode ser explicado por valores prévios da série. Os modelos ARIMA representam a classe mais geral de modelos para a análise de séries temporais. Alguns conceitos, apresentados na seqüência, habilitam a compreensão dos modelos Box-Jenkins.

Um processo estocástico é caracterizado por uma família de variáveis aleatórias que descrevem a evolução de algum fenômeno de interesse. Processos estocásticos que caracterizam os estudos de séries temporais descrevem a evolução temporal de um fenômeno de interesse. Uma importante classe de modelos estocásticos utilizados na representação de séries temporais são os modelos estacionários, que pressupõem um processo sob equilíbrio, onde a família de variáveis se mantém a um nível constante médio (Ross, 1993). Porém, muitas séries temporais são melhor representadas por modelos não-estacionários. Séries estacionárias e não-estacionárias vêm representadas graficamente na Figura 2. Os gráficos (a) e (b) na Figura 2 mostram séries temporais exibindo variação estacionária. Tais séries variam de maneira estável no tempo, sobre um valor de média fixo. O gráfico (c) mostra uma série temporal não-estacionária, a qual não se desloca no tempo sobre uma média fixa. A série da Figura 2(a) é uma série de ruído aleatório. Em tais séries, as diferenças entre as observações e a média são estatisticamente independentes, seguindo alguma distribuição de probabilidade. A propriedade chave em uma série de ruído aleatório é que a ordem na qual as observações ocorrem não informa nada a respeito da série. Assim, valores passados da série não podem ser utilizados na previsão de valores futuros (Box & Luceño, 1997). A série da Figura 2(b) também é estacionária, mas apresenta ruídos autocorrelacionados. Nesse caso, diferenças entre observações e a média não são

estatisticamente independentes entre si. Dependência estatística implica na probabilidade de uma diferença qualquer ser influenciada pela magnitude das demais diferenças na série. Na série da Figura 2(b), diferenças positivas tendem a seguir diferenças positivas e vice-versa. Finalmente, a Figura 2(c) ilustra uma variação não-estacionária. Essas séries são encontradas com frequência em aplicações na indústria, bem como em estudos de economia e negócios.

Os modelos estocásticos são baseados na idéia (Yule, 1927 apud Box et al., 1994) de que uma série temporal  $z_t$ , com valores sucessivos altamente dependentes, pode ser estimada a partir de uma série de ruído aleatório  $a_t$ , apropriadamente transformada através de uma função matemática. O processo de ruído aleatório  $a_t$  é transformado no processo  $z_t$  por uma função de filtro linear. A função de filtro linear faz uma soma ponderada de ruídos aleatórios prévios, isto é:

$$z_t = \mu + a_t + \psi_1 a_{t-1} + \psi_2 a_{t-2} + \dots \quad (12)$$

ou

$$z_t = \mu + \psi(B)a_t,$$

onde  $\mu$  é o nível do processo,  $B$  é um operador de defasagem, expresso por  $B^m a_t = a_{t-m}$ , e

$\psi(B) = 1 + \psi_1 B + \psi_2 B^2 + \dots + K$  é o operador linear que transforma  $a_t$  em  $z_t$  (também chamado função de transferência do filtro; Makridakis & Hibon, 1997).

Modelos derivados da equação (12) podem representar tanto séries estacionárias quanto séries não-estacionárias.

Se uma seqüência de  $\psi$ 's é finita, ou infinita e convergente, o processo  $z_t$  é estacionário, com média  $\mu$ . Caso contrário,  $z_t$  é não-estacionário e  $\mu$  é apenas um ponto de referência para o nível do processo em algum momento no tempo.

Uma estatística importante na análise de séries temporais é o coeficiente de autocorrelação  $\rho$ . A autocorrelação é usada para descrever a correlação entre dois valores da mesma série temporal, em diferentes períodos de tempo. Assim, um coeficiente de autocorrelação  $\rho_1$  mede a correlação entre dois valores adjacentes na série, e a autocorrelação, neste caso, é dita autocorrelação de lag (ou defasagem) 1. De maneira genérica, o coeficiente de autocorrelação  $\rho_k$  mede a correlação entre observações distantes  $k$  períodos de tempo (ou seja, uma autocorrelação de lag  $k$ ).

A autocorrelação de lag  $k$  é medida pelo coeficiente  $\rho_k$ , definido por (Shumway, 1988):

$$\rho_k = \frac{E[(z_t - \mu)(z_{t-k} - \mu)]}{\sqrt{E[(z_t - \mu)^2]E[(z_{t-k} - \mu)^2]}} \quad (13)$$

ou

$$\rho_k = \frac{E[(z_t - \mu)(z_{t-k} - \mu)]}{\sigma_z^2} \quad (14)$$

onde  $\sigma_z^2$  é a variância da série temporal.

Na prática, para se obter uma boa estimativa do coeficiente de autocorrelação, deve-se dispor de pelo menos 50 observações da variável  $z$ . O número de autocorrelações de lags diferentes que se calcula para a análise da série temporal deve ser de  $N/4$ , onde  $N$  é o número total de observações na série.

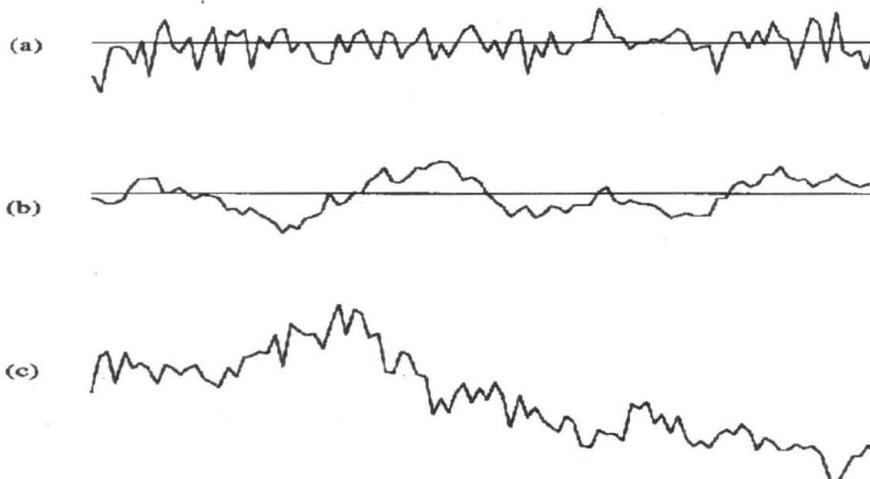


Figura 2. Séries temporais. (Fonte: Box & Luceño, 1997).

Similarmente à autocorrelação, a autocorrelação parcial também permite analisar o relacionamento entre valores de uma série temporal. Porém, a autocorrelação parcial mede o grau de associação entre  $z_t$  e  $z_{t-k}$ , quando o efeito de outros lags  $-1, 2, 3, \dots, (k-1)$  - são removidos. A autocorrelação parcial é representada por  $\phi_{k-k}$  é o  $k^{\text{ésimo}}$  coeficiente em um processo autoregressivo de ordem  $k$  (ver Box et al., 1994).

• Modelos Autoregressivos

Um modelo estocástico útil na representação de um grande número de séries temporais é o modelo autoregressivo. Neste modelo, o valor corrente do processo é expresso como uma combinação linear finita de valores prévios do processo e um ruído aleatório  $a_t$ .

Definem-se os valores observados de um processo em espaços de tempo igualmente divididos  $t, t-1, t-2, \dots$  por  $z_t, z_{t-1}, z_{t-2}, \dots$ . Definem-se também  $\tilde{z}_t, \tilde{z}_{t-1}, \tilde{z}_{t-2}, \dots$  como sendo desvios da média  $\mu$ , ou seja,  $\tilde{z}_t = z_t - \mu$ ,  $\tilde{z}_{t-1} = z_{t-1} - \mu$ ,  $\tilde{z}_{t-2} = z_{t-2} - \mu$ , .... Então, a equação:

$$\tilde{z}_t = \phi_1 \tilde{z}_{t-1} + \phi_2 \tilde{z}_{t-2} + \dots + \phi_p \tilde{z}_{t-p} + a_t, \tag{15}$$

representa um processo autoregressivo de ordem  $p$ , ou simplesmente AR( $p$ ).

Os coeficientes autoregressivos  $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p$  são parâmetros que descrevem como um valor corrente  $z_t$  relaciona-se com valores passados  $z_{t-1}, z_{t-2}, \dots, z_{t-p}$ . O coeficiente autoregressivo de ordem  $p$  pode ser expresso usando a definição do operador B:

$$\phi(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p,$$

simplificando a representação matemática do modelo autoregressivo para:

$$\phi(B) \tilde{z}_t = a_t.$$

O modelo AR( $p$ ) contém  $p+2$  parâmetros desconhecidos  $(\mu, \phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p, \sigma_a^2)$ , os quais podem ser estimados a partir dos valores observados na série temporal.  $\sigma_a^2$  é a variância do processo de ruído aleatório  $a_t$ . Pode-se demonstrar que o modelo autoregressivo é um caso especial do modelo de filtro linear (para tanto, ver Montgomery et al., 1990)

Processos autoregressivos podem ser estacionários ou não-estacionários (Box et al., 1994). A premissa

necessária para a estacionariedade é que o operador autoregressivo  $\phi(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p$ , considerado como sendo um polinômio em B de grau  $p$ , tenha todas as suas raízes  $\phi(B) = 0$  maiores que 1, em valores absolutos (ou seja, todas as raízes devem estar fora do círculo unitário). Esta condição é derivada do fato que a série infinita de  $\psi_j$ 's deve convergir para o processo  $(\tilde{z}_t)$  ser estacionário.

• Modelos de Média-Móvel

Nos modelos de média móvel,  $\tilde{z}_t$ , que representa a observação  $z_t$  subtraída da média  $\mu$  depende linearmente de um número finito  $q$  de valores prévios do ruído aleatório  $a_t$ . Assim:

$$\tilde{z}_t = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \dots - \theta_q a_{t-q} \tag{16}$$

é chamado um processo de média móvel (MA) de ordem  $q$ . O nome média móvel pode levar a equívocos de interpretação, já que os pesos  $1, -\theta_1, -\theta_2, \dots, -\theta_q$  não somam necessariamente a unidade nem precisam ser necessariamente positivos. O coeficiente de média móvel  $\theta$  de ordem  $q$  pode ser expresso usando a definição do operador B:

$$\theta(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q,$$

simplificando a representação matemática para:

$$\tilde{z}_t = \theta(B) a_t,$$

a qual contém  $q+2$  parâmetros desconhecidos  $(\mu, \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q, \sigma_a^2)$ , estimáveis a partir dos valores observados na série temporal. Uma vez que a série  $\psi(B) = \theta(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q$  é finita, nenhuma restrição é necessária sobre os parâmetros do processo de média móvel para assegurar estacionariedade.

A função de autocorrelação de um processo MA( $q$ ) é:

$$\rho_k = \frac{-\theta_k + \theta_1 \theta_{k+1} + K + \theta_{q-k} \theta_q}{1 + \theta_1^2 + K + \theta_q^2}, \text{ com } k = 1, 2, \dots, q, \text{ e}$$

$$\rho_k = 0 \text{ quando } k > q.$$

• Modelos Mistos Autoregressivos - Média Móvel

Algumas vezes, séries temporais são melhor modeladas com a inclusão de termos autoregressivos e de média móvel. O resultado é um modelo misto autoregressivo - média móvel de ordem  $(p, q)$ :

$$\tilde{z}_t = \phi_1 \tilde{z}_{t-1} + \dots + \phi_p \tilde{z}_{t-p} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \dots - \theta_q a_{t-q}, \tag{17}$$

ou, utilizando a notação do operador de defasagem  $B$  e rearranjando os termos na equação (17),  $\phi(B)\tilde{z}_t = \theta(B)a_t$ , o qual pode ser abreviado para ARMA ( $p, q$ ).

O modelo possui  $p + q + 2$  parâmetros desconhecidos ( $\mu, \phi_1, \dots, \phi_p; \theta_1, \dots, \theta_q, \sigma_a^2$ ), que podem ser estimados a partir dos valores observados na série temporal. Na prática, os valores de  $p$  e  $q$  são geralmente menores que 2 para séries temporais estacionárias (Box et al., 1994). A condição de estacionariedade estabelecida para os processos AR( $p$ ) e MA( $q$ ) se mantém nos modelos ARMA ( $p, q$ ); um modelo ARMA ( $p, q$ ) é estacionário se as raízes do polinômio  $\phi(B) = 0$  estiverem fora do círculo unitário.

• Modelos não-estacionários

Muitas séries temporais não possuem média constante. Isto significa que, em nenhum dado intervalo de tempo, as observações da série se comportam como as observações de um intervalo de tempo distinto. Tais séries são chamadas de não-estacionárias na média. Da mesma forma, é possível uma série temporal exibir não-estacionariedade na média e na declividade. Séries temporais não-estacionárias podem exibir, independente da média local (ou média e declividade locais), um comportamento geral homogêneo, com a ocorrência de tendências que se repetem.

Séries não-estacionárias podem geralmente ser representadas por um operador autoregressivo generalizado  $\phi(B)$ , no qual uma ou mais raízes do polinômio  $\phi(B)$  são iguais a 1 em módulo. Em particular, se existirem  $d$  raízes unitárias, o operador  $\phi(B)$  assumirá a forma abaixo (Box et al., 1994):

$$\phi(B) = \phi(B)(1-B)^d \tag{18}$$

onde  $\phi(B)$  é um operador estacionário. Em contrapartida, um modelo que apresenta comportamento homogêneo não-estacionário apresenta a seguinte forma:

$$\begin{aligned} \phi(B)z_t &= \phi(B)(1-B)^d z_t = \theta(B)a_t, \\ \text{ou} \\ \phi(B)w_t &= \theta(B)a_t \end{aligned} \tag{19}$$

onde

$$w_t = \nabla^d z_t = z_t - z_{t-d} \tag{20}$$

Assim, um comportamento homogêneo não-estacionário pode ser representado por um processo estacionário, com  $d$  níveis de diferenciação. Na prática,  $d$  pode ser 0, 1, ou, no máximo, 2.

O processo definido pelas equações (19) e (20) produz um eficiente modelo para descrever séries temporais estacionárias e não-estacionárias. Esse modelo é chamado de processo autoregressivo integrado a média móvel (ARIMA) de ordem ( $p, d, q$ ), onde  $p$  corresponde ao componente autoregressivo,  $d$  ao número de diferenciações e  $q$  ao componente de média móvel. O processo é representado pela equação (Box et al., 1994):

$$w_t = \phi_1 w_{t-1} + \dots + \phi_p w_{t-p} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \dots - \theta_q a_{t-q}, \tag{21}$$

com  $w_t = \nabla^d z_t$ . Quando  $d = 0$ , substituindo-se  $w_t$  por  $z_t - \mu$  no modelo da equação (21), obtém-se o modelo misto estacionário [equação (17)].

A palavra "integrado" no modelo ARIMA tem o sentido de "somado", já que a equação (20) pode ser escrita por  $z_t = S^d w_t$ , onde  $S = \nabla^{-1} = (1-B)^{-1}$  é o operador de soma, definido por:

$$S w_t = \sum_{j=0}^{\infty} w_{t-j} = w_t + w_{t-1} + w_{t-2} + \dots$$

Assim, o processo geral autoregressivo integrado a média móvel ARIMA pode ser gerado somando-se ou "integrando-se" o processo estacionário ARMA  $w_t$ ,  $d$  vezes.

Grande parte das séries temporais, principalmente na indústria, apresentam variações sazonais (ver exemplos na seção 4). Isto ocorre quando a série exibe uma característica periódica que se repete a cada  $s$  intervalos de tempo. Por exemplo, em séries compostas por observações mensais e sazonalidade anual,  $s$  é igual a 12.

Define-se  $\nabla_s = (1-B^s)$  como sendo o operador de diferença sazonal. Assim:

$$\nabla_s z_t = (1-B^s)z_t = z_t - z_{t-s}$$

é a primeira diferenciação sazonal. Em geral,  $D$  diferenciações sazonais podem ser requeridas para produzir uma série estacionária. Neste caso, o operador de diferenciação sazonal de ordem  $D$  é  $\nabla_s^D = (1-B^s)^D$ . Assim, a forma geral do modelo sazonal autoregressivo integrado a média móvel de ordem ( $P, D, Q$ ) é (Hamilton, 1994):

$$\Phi(B^s)\nabla_s^D z_t = \Theta(B^s)\alpha_t, \tag{22}$$

onde  $\Phi(B^s)$  e  $\Theta(B^s)$  são polinômios em  $B^s$  de graus  $P$  e  $Q$ , respectivamente, que satisfaz a condição de estacionariedade. A representação da ordem  $(P, D, Q)$  é feita em letras maiúsculas, para diferenciá-la da representação feita nos modelos não-sazonais.

No modelo da equação (22), os componentes de erro  $a_t$  estão geralmente correlacionados. Assim,  $\alpha_t$  estaria relacionado com  $\alpha_{t-1}$ ,  $\alpha_{t-2}$ , etc. Para tratar tal relacionamento, introduz-se um segundo modelo:

$$\phi(B)\nabla^d \alpha_t = \theta(B)a_t \quad (23)$$

onde  $a_t$  é um processo de ruído aleatório.  $\phi(B)$  e  $\theta(B)$  são polinômios em  $B$  de graus  $p$  e  $q$ , respectivamente. Substituindo-se a equação (22) na equação (23), obtém-se um modelo multiplicativo geral:

$$\phi_p(B)\Phi_p(B^s)\nabla^d \nabla_s^D z_t = \theta_q(B)\Theta_q(B^s)a_t$$

chamado de processo multiplicativo de ordem  $(p, d, q)$  x  $(P, D, Q)$ ,

Um procedimento iterativo em três etapas pode ser utilizado na construção de modelos ARIMA. Primeiro, o modelo ARIMA é identificado através da análise dos dados históricos. A seguir, os parâmetros desconhecidos do modelo são estimados. Finalmente, verifica-se o modelo quanto à sua adequação aos dados. Detalhes sobre cada uma destas etapas podem ser encontrados em Hamilton (1994) e Montgomery et al. (1990).

### 3.3 Critérios para Avaliar a Adequação de Modelos a Séries Temporais

Dependendo do comportamento da série temporal que se deseja analisar, vários modelos podem ser empregados na previsão de seus valores futuros. A escolha do modelo mais apropriado é feita a partir do somatório dos erros gerados por cada modelo ( $e_t = z_t - \hat{z}_t$ ). Uma vez que o cálculo dos erros pode resultar em valores positivos e negativos, zerando assim o seu somatório, diferentes formas de cálculo para o somatório dos erros podem ser empregadas. Estas diferentes formas de cálculo constituem-se em critérios para escolha de modelos mais apropriados a séries temporais. Os critérios mais utilizados são:

- Média do quadrado dos erros (MQE) =  $\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n e_t^2$

- Média absoluta dos erros (MAE) =  $\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n |e_t|$

- Média absoluta percentual dos erros (MAPE) =

$$\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \left| \frac{e_t}{z_t} \times 100 \right|$$

Assim, usando um dos critérios de cálculo, o modelo adequado será aquele que tiver o menor erro associado.

Dentre as formas de medir a precisão do forecasting apresentadas, a mais popular é a MAPE (Kahn, 1998). Porém, quando a série temporal contém valores iguais a zero, torna-se impossível o uso de sua fórmula.

## 4. Estudo de Caso

Os passos propostos na seção 2 foram aplicados em um caso prático, em uma empresa do ramo alimentício. A empresa em estudo executa atividades de abate, industrialização e comércio de produtos suínos. Conta com 400 funcionários e possui uma capacidade de abate de 200 suínos por hora, sendo seus produtos comercializados na região sul do país a uma proporção de 12 milhões de quilos por ano.

### 4.1 Definição do Problema

A empresa em questão vinha apresentando problemas com excesso de estoque de alguns produtos, ocorrência freqüente de escassez de outros, além de rupturas no estoque de matérias-primas. As previsões da demanda na empresa baseavam-se exclusivamente na opinião da equipe de vendas; nenhuma técnica de forecasting era utilizada. Assim, a implementação de um sistema de previsão de demanda baseado em técnicas de forecasting na empresa teve como principal objetivo aumentar a precisão das previsões, possibilitando um melhor planejamento da produção.

A empresa registra seus dados de demanda semanalmente. Como o planejamento da produção é feito também em base semanal, o período e o intervalo do forecasting também foram definidos para esta mesma unidade de tempo. O horizonte do forecasting considerado ideal pela empresa é de 8 semanas. Com este horizonte, a empresa seria capaz de, na pior das hipóteses, adaptar-se a grandes flutuações na demanda dos produtos que comercializa.

## 4.2 Agregação dos Dados de Demanda

A empresa possui 55 diferentes produtos industrializados, o que implicaria na análise de, no mínimo, 55 séries temporais distintas. Porém, muitos destes produtos possuem características semelhantes, passando, inclusive, pelos mesmos processos de fabricação. Assim, os produtos foram inicialmente classificados em famílias, por similaridades de composição e processamento. As famílias foram definidas pela gerência da empresa; chegou-se a 15 famílias distintas.

Com este agrupamento, foi possível diminuir de 55 para 15 o número de séries temporais em estudo. Porém, utilizando-se somente esta nova classificação, todas as séries teriam igual importância dentro do processo de previsão. Assim, os produtos tidos como mais importantes para a empresa receberiam o mesmo tratamento estatístico dos produtos de menor importância. A solução para este problema foi obtida reclassificando-se as famílias, desta vez utilizando uma classificação do tipo ABC.

Na classificação ABC, foi relacionada a demanda média semanal de cada uma das 15 séries e seus respectivos faturamentos. O cálculo da demanda média compreendeu um período total de 124 semanas. O resultado da classificação ABC está apresentado na Tabela 1.

Os produtos na classe A são os mais importantes para a empresa. Além da previsão de demanda individual, estes produtos devem ser estratificados conforme interesses gerenciais. No presente estudo, considerando os interesses da empresa, os produtos classe A foram estratificados somente quanto ao tipo de cliente, dividindo-os em distribuidores, supermercados e outros (açougues, padarias, bares, restaurantes, etc.). As previsões de demanda dos produtos na classe B serão feitas individualmente, sem estratificações de qualquer natureza. Os produtos na classe C foram agrupados em uma única série temporal; assim, a previsão de demanda para tais produtos será do tipo agregada e sem estratificações. A segunda classificação dos produtos, utilizando o critério ABC, permitiu uma redução significativa no número de séries a serem investigadas no estudo. Este fato foi decisivo para a racionalização do tempo empregado na implantação do sistema de forecasting.

## 4.3 Seleção do Pacote Computacional

Na análise das séries temporais dos produtos desta empresa, foi utilizado o pacote computacional Forecast Pro (1999). Este pacote possibilita a escolha automática do modelo de previsão mais apropriado, usando como forma de comparação entre eles, a Média Absoluta dos Erros (MAE).

Tabela 1. Classificação ABC das famílias de produtos.

Série	Demanda média × faturamento	% unitário	Soma %	Classe
Família 1	2666,89	0,3627	0,3627	A
Família 2	2390,87	0,3252	0,6879	A
Família 3	840,63	0,1143	0,8022	A
Família 4	300,05	0,0408	0,8430	B
Família 5	248,65	0,0338	0,8768	B
Família 6	216,49	0,0299	0,9067	B
Família 7	163,26	0,0222	0,9289	B
Família 8	109,68	0,0149	0,9438	B
Família 9	96,39	0,0131	0,9569	C
Família 10	83,12	0,0113	0,9682	C
Família 11	78,80	0,0107	0,9789	C
Família 12	62,47	0,0085	0,9874	C
Família 13	41,00	0,0056	0,9930	C
Família 14	33,85	0,0046	0,9976	C
Família 15	17,69	0,0024	1,0000	C

#### 4.4 Análise Preliminar

O primeiro passo para a análise das séries temporais é a remoção de seus valores espúrios ou atípicos. Para tanto, no caso em estudo, foi feita a primeira modelagem das séries com o auxílio do pacote computacional. Compararam-se os valores de demanda realizada com os valores contidos no intervalo de confiança ao nível de 80% para a demanda predita: valores de demanda realizada não contidos no intervalo foram considerados espúrios, sendo removidos da série e substituídos por suas respectivas previsões, conforme descrito na seção 2. O intervalo de confiança de 80% foi selecionado por oferecer uma boa visualização dos valores atípicos contidos nas séries temporais. A identificação e remoção de valores espúrios foi acompanhada de uma análise subjetiva dos dados apontados como atípicos, associando-se a eles causas especiais. Neste estudo de caso, causas especiais incluíram, por exemplo, promoções feitas pela empresa, reduções esporádicas nos preços dos produtos comercializados pela concorrência, entrada de novos concorrentes em regiões ou clientes específicos, falhas no planejamento da produção e na compra de insumos (gerando escassez de produtos). Sempre que considerados de ocorrência esporádica e sem um padrão pré-estabelecido, dados espúrios associados a causas especiais foram removidos da série, em busca de um melhor ajuste do modelo aos dados. Em casos contrários, todavia, não procedeu-se com as remoções, pois a redução artificial da variabilidade das séries geraria previsões pouco realistas.

Para ilustrar o procedimento acima, a Figura 3 apresenta a modelagem da série Família 1 antes do tratamento aos valores espúrios.

Na Figura 3, a linha mais espessa apresenta a evolução temporal dos dados de demanda realizada. A linha fina, em contrapartida, apresenta os valores preditos de demanda para o mesmo período de tempo. As linhas pontilhadas delimitam o intervalo de confiança, ao nível de 80%, para a demanda predita. Parece claro que o modelo matemático, representado pela linha fina, não captura a totalidade dos pontos da série, representados pela linha mais espessa. Pontos de demanda realizada posicionados além das linhas pontilhadas foram considerados como potenciais valores espúrios e submetidos a análise gerencial.

#### 4.5 Escolha e Validação dos Modelos

Nesta etapa, foi feita a modelagem, após a remoção dos valores espúrios, de um total de 18 séries temporais: 9 pertencentes à classe A (3 séries originais com 3 estratificações cada), 5 pertencentes à classe B e 1 pertencente à classe C. Afim de ilustrar esta etapa, é apresentada a modelagem da série temporal Família 1 agregada (Figura 4) e com estratificações (Figuras 5 a 7).

A Figura 4 apresenta a modelagem da série Família 1 após a remoção dos valores espúrios. As linhas pontilhadas delimitam o intervalo de confiança, ao nível de 95 %, para a demanda predita. As informações relativas ao modelo matemático selecionado para a série temporal são apresentadas na Tabela 2.

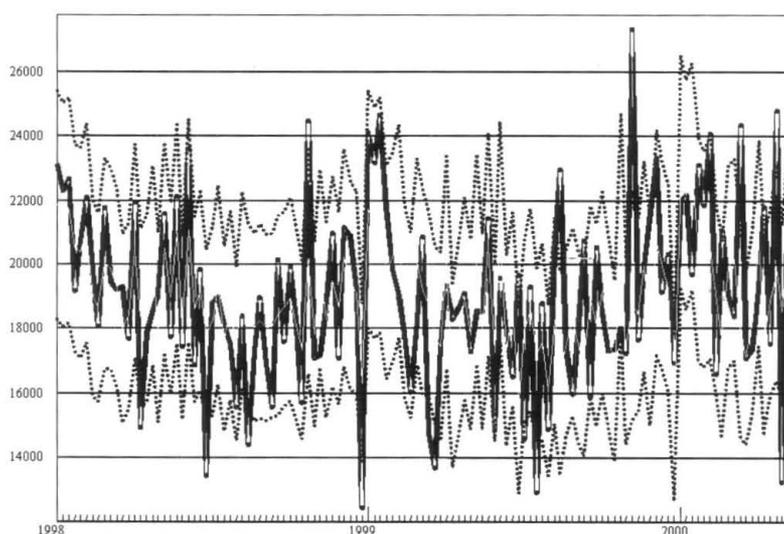


Figura 3. Modelagem da série Família 1 antes da remoção de pontos espúrios.

Após a remoção de valores espúrios, o ajuste da série, analisado a partir de seu coeficiente de determinação ( $R^2$ ), apresentou melhoria, aumentando de 0,3145 para 0,6341. Apesar da melhoria no ajuste, as demandas realizadas ultrapassaram os limites de confiança em 4 das 8 semanas que compõem o horizonte do forecasting, conforme apresentado na Tabela 3. Segundo informações obtidas junto à empresa, estas distorções ocorreram como consequência de promoções realizadas pelos distribuidores do produto.

A Figura 5 apresenta a modelagem da série Família 1 estratificada para clientes do tipo distribuidores. As

informações relativas ao modelo matemático selecionado para a série temporal são apresentadas na Tabela 4.

Observe na Figura 5 que o comportamento da demanda em clientes do tipo distribuidores apresentou queda nos anos de 1998 e 1999, com recuperação nos primeiros meses do ano 2000. Esta série também foi tratada quanto a valores espúrios. Após a remoção de pontos atípicos, o ajuste da série ( $R^2$ ) aumentou de 0,2694 para 0,5553. As demandas realizadas, todavia, ultrapassaram os limites de confiança em 6 das 8 semanas que compõem o horizonte de forecasting, conforme apresentado na Tabela 5. Tais distorções, mais uma vez, decorreram-se de promoções realizadas pelos distribuidores do produto.

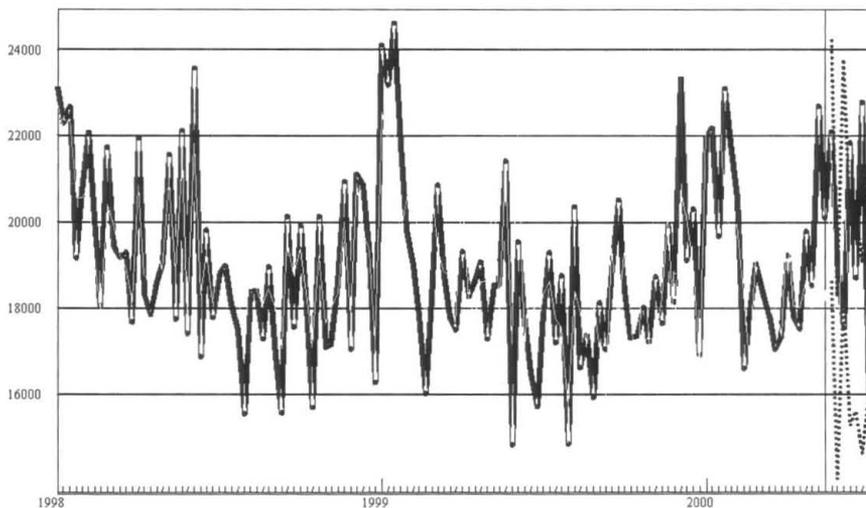


Figura 4. Modelagem da série Família 1 após a remoção de pontos espúrios.

Tabela 2. Dados do modelo selecionado para a série Família 1, após a remoção de pontos espúrios.

Características da série	Não-estacionária e sazonal
Modelo escolhido	Winters multiplicativo, $\alpha = 0,0296$ , $\beta = 0$ e $\gamma = 0,4653$
Ajuste ( $R^2$ )	0,6341
MAPE	0,05269

Tabela 3. Demanda prevista, limites superior e inferior de confiança (95 %) e demanda realizada para a série Família 1, no horizonte de forecasting.

Período	Limite inferior	Previsto	Limite superior	Realizado
2000/21	18619,3	21421,2	24223,1	22096,8
2000/22	14050	16166,2	18282,3	19093,8
2000/23	18283,2	21036,7	23790,3	17549,4
2000/24	15312,6	17621,2	19929,9	21832,8
2000/25	15640,7	17999,8	20358,8	18704,4
2000/26	14642,7	16853,2	19063,7	22789,8
2000/27	15997,6	18412,4	20827,2	16031,4
2000/28	16709,7	19232,6	21755,4	16876,2

A Figura 6 apresenta a modelagem da série Família 1 estratificada para clientes do tipo supermercados. Pode-se observar que os dados de demanda são dominados por um forte componente aleatório e uma certa tendência ascendente. O modelo selecionado para modelagem desses dados foi um ARIMA, com componente auto-regressivo zerado. As informações relativas ao modelo são apresentadas na Tabela 6. O forte componente aleatório observado nos dados de demanda, evidenciado na Figura 6, resultou num modelo com ajuste deficiente ( $R^2 = 0,2075$ ). Apesar de modelos mais simples

geralmente oferecerem melhor ajuste a séries temporais com aleatoriedade excessiva, um modelo de Box-Jenkins apresentou o melhor valor de MAPE neste caso. Mesmo assim, as demandas realizadas ultrapassaram o limite inferior de confiança das previsões em 6 das 8 semanas que compõem o horizonte de forecasting (ver Tabela 7 e extremidade direita da Figura 6). O comportamento atípico da demanda no horizonte de forecasting ocorreu em virtude de uma estratégia interna da empresa em relação a um dos maiores clientes do grupo supermercados (a empresa optou por não reagir à entrada

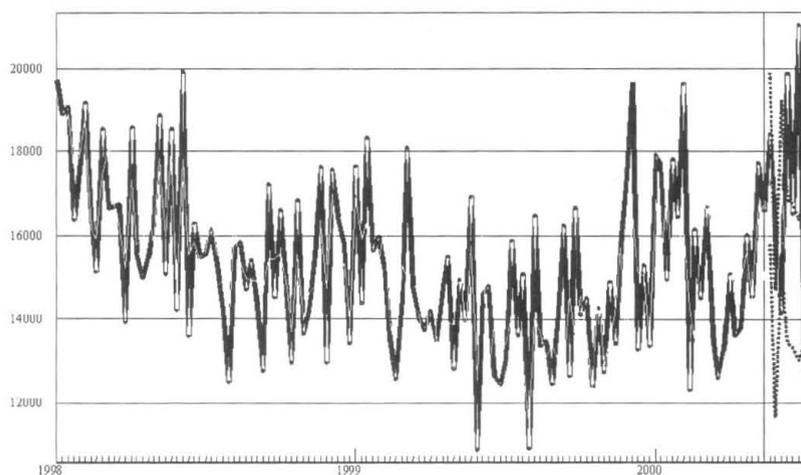


Figura 5. Modelagem da série Família 1 estratificada para clientes do tipo distribuidores.

Tabela 4. Dados do modelo selecionado para a série Família 1, estratificada para clientes do tipo distribuidores.

Características da série	Tendência e sazonalidade
Modelo escolhido	Winters multiplicativo, $\alpha = 0,0272$ , $\beta = 0,1476$ e $\gamma = 0,4009$
Ajuste ( $R^2$ )	0,5553
MAPE	0,068

Tabela 5. Demanda prevista, limites superior e inferior de confiança (95 %) e demanda realizada para a série Família 1 no horizonte de forecasting, estratificada para clientes do tipo distribuidores.

Período	Limite inferior	Previsto	Limite superior	Realizado
2000/21	14688,1	17703,8	20719,6	18414
2000/22	10800,1	13011,7	15223,2	15998,4
2000/23	14236,7	17140,6	20044,5	14143,8
2000/24	12485,2	15025,1	17564,9	19859,4
2000/25	12386,8	14898,8	17410,9	16526,4
2000/26	12114,2	14563,7	17013,1	21027,6
2000/27	12917,8	15520,4	18123	12685,2
2000/28	14005,6	16817	19628,3	13912,8

de um concorrente em uma rede de supermercados a quem vendia seus produtos). Neste contexto, desaconselha-se a utilização dos dados históricos de demanda na previsão da demanda futura. Um novo banco de dados de demanda deveria ser formado a partir do novo perfil de demanda observado para o segmento supermercados, para utilização futura.

Na etapa final da análise da série Família 1, estratificou-se sua demanda para clientes do tipo outros. A modelagem desta série está representada Figura 7. Os dados apresentam uma tendência ascendente com aleatoriedade moderada. O modelo selecionado (ARIMA (0,1,1) x (1,0,0)<sub>12</sub>) capturou um padrão sazonal na série de dados, não identificável, a princípio, através da análise gráfica. Demais informações sobre o modelo selecionado podem ser obtidos na Tabela 8.

Apesar do modelo ARIMA oferecer um bom ajuste aos dados da série ( $R^2 = 0,7373$ ), as demandas realizadas extrapolaram os limites de confiança para a previsão em todas as semanas que compõem o horizonte do forecasting (ver Tabela 9). Isto ocorreu em virtude de

uma nova política adotada pela empresa. Com esta política, o comércio desta família de produtos a clientes do tipo outros, que até então vinha sendo feito pela própria empresa, passou a ser realizado pelos distribuidores.

#### 4.6 Verificação do Sistema

As séries temporais analisadas acima foram descritas com graus distintos de eficiência pelos modelos utilizados. Um sumário dos resultados obtidos na modelagem está apresentado na Tabela 10; na tabela, todas as séries analisadas são classificadas quanto ao ajuste, utilizando o coeficiente de determinação ( $R^2$ ) como critério na comparação. A classificação utilizada para os modelos foi a seguinte: (i) ajuste bom – modelos apresentando  $R^2 \geq 0,60$ ; (ii) ajuste médio – modelos apresentando  $R^2$  no intervalo  $[0,60, 0,40]$ ; e (iii) ajuste deficiente – modelos apresentando  $R^2 < 0,40$ . A definição dos intervalos que formam as categorias seguiu critérios subjetivos, estando baseada principalmente na experiência do analista em problemas de modelagem.

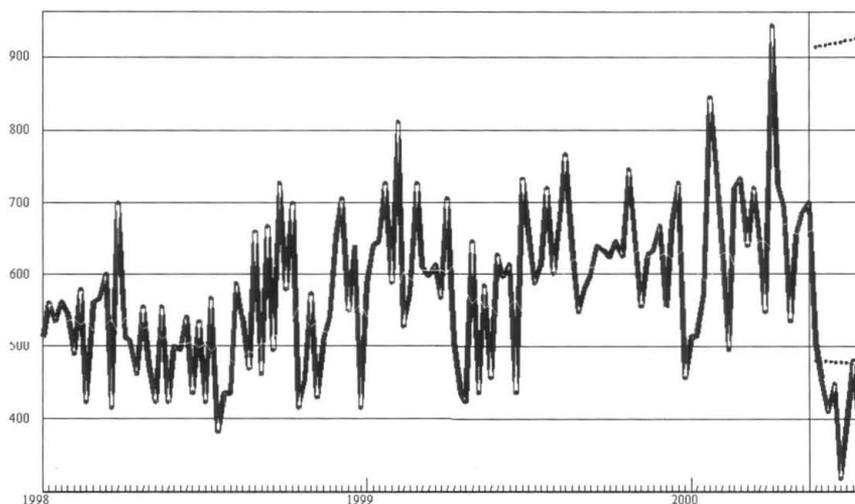


Figura 6. Modelagem da série Família 1 estratificada para clientes do tipo supermercados.

Tabela 6. Dados do modelo selecionado para a série Família 1, estratificada para clientes do tipo supermercados.

Características da série	Não-estacionária e não sazonal
Modelo escolhido	ARIMA (0,1,1), $\theta_1 = 0,8921$
Ajuste ( $R^2$ )	0,2075
MAPE	0,126

Tabela 7. Demanda prevista, limites superior e inferior de confiança (95 %) e demanda realizada para a série Família 1 no horizonte de forecasting, estratificada para clientes do tipo supermercados.

Período	Limite inferior	Previsto	Limite superior	Realizado
2000/21	485,8	665,4	911,4	508,2
2000/22	484,9	665,4	913,1	455,4
2000/23	484	665,4	914,7	409,2
2000/24	483,1	665,4	916,4	448,8
2000/25	482,3	665,4	918	316,8
2000/26	481,4	665,4	919,7	396
2000/27	480,5	665,4	921,3	481,8
2000/28	479,7	665,4	922,9	389,4

Tabela 8. Dados do modelo selecionado para a série Família 1, estratificada para clientes do tipo outros.

Características da série	Não-estacionária e sazonal
Modelo escolhido	ARIMA (0,1,1) × (1,0,0) <sub>52</sub> , $\theta_1 = 0,9901$ e $\Phi_1 = 0,9637$
Ajuste ( $R^2$ )	0,7373
MAPE	0,05796

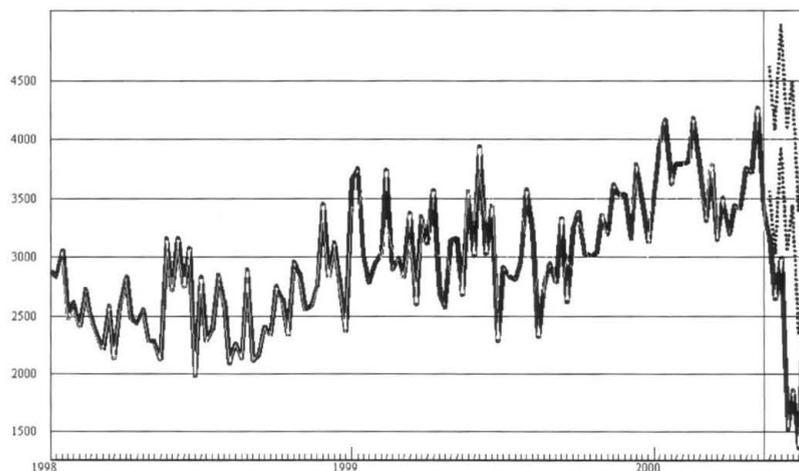


Figura 7. Modelagem da série Família 1 estratificada para clientes do tipo outros.

Como pode-se constatar analisando os resultados na seção 4.6, a obtenção de um modelo com ajuste bom ou médio aos dados de uma série temporal nem sempre implica na obtenção de uma previsão satisfatória da demanda do produto modelado. Em todos os casos, eventos anômalos modificaram o comportamento das séries no período correspondente ao horizonte de forecasting e prejudicaram as previsões. Considerando que a maioria desses eventos especiais eram do conhecimento do departamento comercial da empresa, a utilização conjunta dos resultados do forecast e de análises subjetivas e avaliação gerencial tenderia a melhorar a precisão das previsões.

Cabe ressaltar que os ajustes na Tabela 10 foram obtidos após a análise e tratamento de valores espúrios nas séries temporais. Este procedimento, sugerido na seção 2, apresentou resultados extremamente satisfatórios neste estudo de caso. Além de promover uma análise qualitativa, por parte da gerência da empresa, acerca da evolução temporal da demanda dos produtos por ela comercializados, possibilitou o delineamento de ações de bloqueio à reincidência de eventos anômalos ao processo gerador dos dados (em particular, aqueles que resultam em queda na demanda, como falta de matérias-primas e quebras em equipamentos).

Tabela 9. Demanda prevista, limites superior e inferior de confiança (95 %) e demanda realizada para a série Família 1 no horizonte de forecasting, estratificada para clientes do tipo outros.

Período	Limite inferior	Previsto	Limite superior	Realizado
2000/21	3566,7	4094	4621,3	3174,6
2000/22	3027	3554,3	4081,5	2640
2000/23	3935,6	4462,9	4990,2	2996,4
2000/24	3053	3580,4	4107,7	1524,6
2000/25	3445,8	3973,2	4500,5	1861,2
2000/26	2335,9	2863,2	3390,6	1366,2
2000/27	2942,7	3470,1	3997,5	2864,4
2000/28	2866,9	3394,3	3921,8	2574

## 5. Conclusão

Apesar de sua relevância prática, técnicas de forecasting são desconhecidas, na quase totalidade, por um grande número de empresas (Mentzer & Cox, 1997; Pellegrini, 2000). Este fato, embora expresse a realidade brasileira, não representa o que vem sendo feito em outros países, onde estas técnicas são bem difundidas, inclusive nos setores de serviços (Winston, 1994).

Neste artigo, buscou-se apresentar os principais modelos de forecasting utilizados atualmente; optou-se por

ênfatar, neste sentido, os modelos de Box-Jenkins e de suavização exponencial. O entendimento destes dois modelos é de grande importância no processo de previsão de demanda, já que eles modelam de forma satisfatória a grande maioria das séries temporais encontradas na prática (Zhou, 1999; Bianchi et al., 1993). Alguns dos modelos apresentados, como os de Box-Jenkins, contêm um embasamento teórico estatístico relativamente complexo. Neste artigo, tais modelos são apresentados de forma simplificada e compreensível para o leitor, utilizando-se, para tanto, de ilustrações do estudo de caso.

Tabela 10. Sumário dos ajustes obtidos na modelagem das séries do estudo de caso.

Série Temporal	Ajuste ( $R^2$ )	
Família 2	0,84	
Família 7	0,79	
Família 2 estratificada para supermercados	0,78	
Família 2 estratificada para clientes outros	0,77	
Família 1 estratificada para clientes outros	0,74	
Família 6	0,73	Ajuste
Família 8	0,73	Bom
Família 5	0,71	
Família 2 estratificada para distribuidores	0,70	
Família 3	0,68	
Família 9	0,65	
Família 1	0,63	
Família 1 estratificada para distribuidores	0,56	
Família 3 estratificada para distribuidores	0,51	Ajuste
Família 3 estratificada para supermercados	0,47	Médio
Família 4	0,42	
Família 3 estratificada para clientes outros	0,25	Ajuste
Família 1 estratificada para supermercados	0,21	Deficiente

A metodologia proposta para estruturação de um sistema de forecasting pode contribuir de maneira eficiente na otimização do processo de previsão. Como a metodologia foi proposta sobre uma base bastante genérica, alguns ajustes poderão ser necessários para sua particularização a aplicações específicas.

O estudo de caso, além de ilustrar a metodologia proposta, expôs as dificuldades de modelagem de dados reais, em vista da aleatoriedade encontrada em muitas das séries temporais. Esta aleatoriedade pode ser contextualizada, na sua quase totalidade, com a ajuda de técnicos da empresa estudada. Quanto as naturais resistências à aplicação das técnicas de forecasting, observou-se que as mesmas são eliminadas à medida que os resultados das previsões são comparados com as demandas reais. Uma vez compreendendo a aplicabilidade da ferramenta proposta, o corpo técnico da empresa tende a identificar benefícios, passando a cooperar na implementação do sistema de forecasting.

## 6. Referências Bibliográficas

- ARMSTRONG, J. S. (1999). *Principles of forecasting: a handbook for researchers and practitioners*, Kluwer, Philadelphia.
- AUTOBOX, Ver. 5.0 (1999). *User's guide*. Automatic Forecasting Systems Inc., Hatboro, PA.
- BIANCHI, L., JARRETT, J. E. & HANUMARA, R. C. Forecasting incoming calls to telemarketing centers. *The Journal of Business Forecasting Methods & Systems*, v. 12, n. 2, p. 3-9, Summer 1993.
- BOX, G. & LUCENO, A. (1997). *Statistical control by monitoring and feedback adjustment*, John Wiley, New York.
- BOX, G. E. P., JENKINS, G. M. & REINSEL, G. C. (1994). *Time series analysis – forecasting and control*, 3ª ed., Prentice Hall, New Jersey.
- DIAS, G. P. P. Proposta de processo de previsão de vendas para bens de consumo. *Anais do XIX ENEGEP – CD-ROM*, Rio de Janeiro, 1999.
- ELSAYED, E. A. & BOUCHER, T. O. (1994). *Analysis and control of production systems*, 2ª ed., Prentice Hall, New Jersey.
- FORECAST PRO, Ver. 3.0 (1999). *User's manual*, Business Forecast Systems Inc., MA.
- FULLER, W. A. (1996). *Introduction to statistical time series*, 2ª ed., John Wiley, New York.
- HAMILTON, J. D. (1994). *Time series analysis*, Princeton Univ. Press, Princeton, NJ.
- HILL, T. (1994). *Manufacturing strategy: text and cases*, 2ª ed., Irwin, Boston, MA.
- JOHNSON, L. A. & MONTGOMERY, D. C. (1974). *Operations research in production planning, scheduling and inventory control*, John Wiley, New York.
- KAHN, K. B. Benchmarking sales forecasting performance measures. *The Journal of Business Forecasting Methods & Systems*, v. 17, n. 4, p. 19-23, Winter 1998/1999.
- MAKRIDAKIS, S., ANDERSEN, A., CARBONE, R., et al. The accuracy of extrapolation (time-series) methods – results of a forecasting competition. *Journal of Forecasting*, v. 1, n. 2, p. 111-153, mar. 1982.
- MAKRIDAKIS, S. & HIBON, M. ARMA models and the Box-Jenkins methodology. *Journal of Forecasting*, v. 16, n. 3, p. 147-163, may 1997.
- MAKRIDAKIS, S., WHEELWRIGHT, S. C. & HYNDMAN, R. J. (1998). *Forecasting – methods and applications*, 3ª ed., John Wiley, New York.
- MENTZER, J. T. & COX Jr., J. E. Familiarity, application, and performance of sales forecasting techniques. *Journal of Forecasting*, v. 3, n. 1, p. 27-37, jan. 1997.
- MONTGOMERY, D. C., JOHNSON, L. A. & GARDINER, J. S. (1990). *Forecasting and time series analysis*, 2ª ed., McGraw-Hill, Inc., New York.
- NAHMIAS, S. (1993). *Production and operations analysis*, 2ª ed., Irwin, Illinois.
- NCSS (1996). *User's manual*. NCSS Co., Kaysville, Utah.
- PELLEGRINI, FR. Metodologia para Implementação de Sistemas de Previsão de Demanda. *Dissertação de Mestrado*. Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2000.
- ROSS, S. M. (1993). *Introduction to probability models*, 5ª ed., Academic Press, San Diego.
- SANDERS, N. R. & MANRODT, K. B. Forecasting practices in US corporations: survey results. *Interfaces*, v. 24, n. 2, p. 92-101, mar. 1994.
- SHUMWAY, R. H. (1988). *Applied statistical time series analysis*, Prentice Hall, New Jersey.
- SPSS, Ver. 8.0 (1997). *User's manual*, SPSS Inc., Chicago, Illinois.

STATGRAPHICS, Ver. 2.1 (1995). *User's manual, Manugistics Co., Rockville, MD.*

TOMPKINS, J. A., BOZER, Y. A., FRAZELLE, E., et al. (1996). *Facilities planning, 2ª ed., John Wiley, New York.*

WINSTON, W. L. (1994). *Operations research – applications and algorithms, 3ª ed., Duxbury Press, Belmont, CA.*

WINTERS, P. R. *Forecasting sales by exponentially weighted moving averages. Management Science, v. 6, n. 3, p. 324-342, 1960.*

ZHOU, W. *Integration of different forecasting models. The Journal of Business Forecasting Methods & Systems, v. 18, n. 3, p. 26-29, Fall 1999.*